

۱ گزینه‌ی (۳).

$$1000 < n^2 < 2000 \Rightarrow \sqrt{1000} < n < \sqrt{2000} \Rightarrow 32 \leq n \leq 44$$

بنابراین از ۳۲ تا ۴۴ با احتساب خود اعداد ۳۲ و ۴۴ تعداد ۷ عدد زوج وجود دارد.

۲ گزینه‌ی (۲).

$$\left. \begin{aligned} 9^3 &= 3^6 = (27)^2 \\ 4^7 &= (2^7)^2 = (128)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (27)^2 < x < (128)^2$$

$$128 - 27 - 1 = 100$$

تعداد اعداد صحیح بین ۲۷ و ۱۲۸ برابر است با:

$$\frac{1}{3} \times 81^{x-1} = 27 \Rightarrow \frac{1}{3} \times (3^4)^{x-1} = 3^3 \Rightarrow \frac{3^{4x-4}}{3} = 3^3 \Rightarrow 3^{4x-4} = 3^4$$

$$\Rightarrow 4x - 4 = 4 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

۳ گزینه‌ی (۲).

$$x(\cancel{2a} + \cancel{b}) - y(\cancel{b} + \cancel{2a}) + 1 = x - y + 1$$

۴ گزینه‌ی (۴).

۵ گزینه‌ی (۳). در یک روز علی $\frac{1}{x}$ ، احمد $\frac{1}{y}$ و محمد $\frac{1}{z}$ دیوار را رنگ می‌کنند و جمع کار آن‌ها برابر کل دیوار است. پس:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{yz + xz + yx}{xyz} \Rightarrow \frac{1}{\frac{yz + xz + yx}{xyz}} = \frac{xyz}{yz + xz + yx}$$

۶ گزینه‌ی (۲).

$$\begin{cases} \frac{x-2-(y-1)}{3} = \frac{5}{6} \\ 3x-3y+3-2x-2y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2-y+1 = \frac{5}{2} \\ x-5y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y = \frac{5}{2}+1 \\ x-5y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y = \frac{7}{2} \\ x+5y=2 \end{cases}$$

$$4y = \frac{11}{2} \Rightarrow y = \frac{11}{8}$$

$$x - y = \frac{7}{2} \xrightarrow{y=\frac{11}{8}} x - \frac{11}{8} = \frac{7}{2} \Rightarrow x = \frac{7}{2} + \frac{11}{8} = \frac{39}{8} \Rightarrow x + y = \frac{11}{8} + \frac{39}{8} = \frac{50}{8}$$

۷ گزینه‌ی (۱).

$$y = 5x$$

↓

$$y + 7 = 3(x + 7) \Rightarrow 5x + 7 = 3x + 21 \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow y = 35$$

$$x + y = 7 + 35 = 42$$

$$(a + 2b)^2 + a^2 + 1 + 2a = 0 \Rightarrow (a + 2b)^2 + (a + 1)^2 = 0$$

۸ گزینه‌ی (۳).

جمع دو عدد نامنفی وقتی صفر است که هر دو برابر صفر باشد.

$$a + 2b = 0 \Rightarrow a = -2b \Rightarrow -1 = 2b \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$(2a - b)^2 + (4b + a)^2 - (b - 2a)^2$$

می‌دانیم: $(2a - b)^2 - (b - 2a)^2 = 0$ پس:

$$(2a - b)^2 + (4b + a)^2 - (b - 2a)^2 = (4b + a)^2 = \left(4\left(\frac{1}{2}\right) + (-1)\right)^2 = 1^2 = 1$$

۹ گزینه‌ی (۱).

وزن مزرعه‌دار x:

گوسفند y:

گربه z:

سیب‌زمینی t:

$$x + y = 4t$$

$$\left. \begin{array}{l} y + 2z = 3t \\ y = 4z \end{array} \right\} \Rightarrow 4z + 2z = 3t \Rightarrow 6z = 3t \Rightarrow t = 2z$$

$$x + y = 4t \Rightarrow x + 4z = 4(2z) \Rightarrow x = 4z$$

$$0.85m_1 + 0.45m_2 = 0.7(m_1 + m_2)$$

↓

$$0.15m_1 = 0.25m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3} \quad (I) \Rightarrow m_1 = \frac{5}{3}m_2$$

$$m_1 + m_2 = 96 \xrightarrow{(I)} \frac{5}{3}m_2 + m_2 = 96 \Rightarrow \frac{8m_2}{3} = 96 \Rightarrow m_2 = 36 \Rightarrow m_1 = 60$$

۱۱ گزینه‌ی (۳).

۱۲ گزینه‌ی (۲).

۱۳ گزینه‌ی (۳).

$$\alpha = |5/5 D_1 - 30h| \xrightarrow{h=6} \begin{cases} 5/5 D_1 - 30 \times 6 = 132 \Rightarrow D_1 = \frac{3120}{55} \\ 180 - 5/5 D_2 = 132 \Rightarrow D_2 = \frac{480}{55} \end{cases} \Rightarrow$$

$$D_1 - D_2 = \frac{3120 - 480}{55} = \frac{2640}{55} = 48$$

۱۴ گزینه‌ی (۳).

$$\begin{array}{ccc} \text{نفر} & \text{ساعت} & \text{روز} \\ 8 & \times 10 & \times 12 = 960 \end{array}$$

$$5 \times x \times 16 = 960 \Rightarrow 80x = 960 \Rightarrow x = \frac{960}{80} = 12$$

۱۵ گزینه‌ی (۳). اگر x را تعداد صفحاتی که در هر روز خوانده است در نظر بگیریم داریم:

$$\frac{480}{x} = \frac{480}{x+16} + 5 \Rightarrow x = 32 \Rightarrow \frac{480}{x} = 15$$

۱۶ گزینه‌ی (۳). اگر دو نفر در ۸ روز (با کار یکسان) بتوانند نقاشی را تمام کنند، یک نفر در دو برابر زمان عادی یعنی ۱۶ روزه، می‌توانست کار

را تمام کند. اگر ۲ روز از کار گذشته باشد پس ۶ روز دیگر از کار باقی مانده است که یک نفر در $2 \times 6 = 12$ روزه آن را به اتمام می‌رساند.

۱۷ گزینه‌ی (۱).

۱۸ گزینه‌ی (۴).

۱۹ گزینه‌ی (۱).

۲۰ گزینه‌ی (۳).

۲۱ گزینه‌ی (۲).

۲۲ گزینه‌ی (۴).

۲۳ گزینه‌ی (۴).

۲۴ گزینه‌ی (۱).

$$\frac{m}{1} = \frac{1}{-1} \neq \frac{1}{2} \Rightarrow m = -1$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \Rightarrow \begin{cases} a = bk \\ c = dk \end{cases} \Rightarrow \sqrt{\frac{2a^2 + 3c^2}{2b^2 + 3d^2}} = \sqrt{\frac{2b^2k^2 + 3d^2k^2}{2b^2 + 3d^2}} = \sqrt{k^2} = k \quad (k > 0)$$

۲۵ گزینه‌ی (۴). فرض کنیم در ابتدا x تومان در صندوق پول بوده است. در نتیجه:

$$2(2(2x - 40) - 40) - 40 = 0 \Rightarrow 2(4x - 120) - 40 = 0 \Rightarrow 8x - 280 = 0 \Rightarrow x = 35$$

۲۶ گزینه‌ی (۱).

$$100 \leq N^3 < 10000 \Rightarrow 125 \leq N^3 < 10000 \Rightarrow 5^3 \leq N^3 < 10^3 \\ \Rightarrow 5 \leq N < 10 \Rightarrow N \in \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$x = a + b + c$$

۲۷ گزینه‌ی (۳).

$$\left. \begin{aligned} x + 10 &= 2(a + 10) \\ x + 20 &= 2(b + 20) \\ x + 30 &= 2(c + 30) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 3x + 60 &= 2(a + b + c) + 120 \\ 3x + 60 &= 2x + 120 \Rightarrow x = 60 \end{aligned}$$

سن کنونی پدر را x و سن کنونی پسران را به ترتیب a ، b و c در نظر می‌گیریم. با توجه به فرض مسئله داریم:

۲۸ گزینه‌ی (۲). عبارت 3^{2x-1} را برابر t قرار می‌دهیم، بنابراین:

$$t = 3 \Rightarrow 3^{2x-1} = 3 \Rightarrow 2x - 1 = 1 \Rightarrow x = 1 \quad t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow (t+1)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -1 \end{cases}$$

۲۹ گزینه‌ی (۱).

$$\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < b \\ -d < -c \end{cases} \Rightarrow a - d < b - c$$

۳۰ گزینه‌ی (۳). با جمع کردن دو معادله خواهیم داشت: $x = 3$ و در نتیجه $y = \frac{1}{5}$.

$$x + 5y = 3 + 5 \times \frac{1}{5} = 4$$

۳۱ گزینه‌ی (۳). سن پدر را x و سن پسر را y فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} x = 4(y - 6) \\ (x + 2) + (y + 2) = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4y - 24 \\ x + y = 56 \end{cases} \Rightarrow 4y - 24 + y = 56 \Rightarrow 5y = 80 \Rightarrow y = 16$$

۳۲ گزینه‌ی (۳).

فرض کنیم در هر ردیف x صندلی و در هر ستون y صندلی باشد.

$$\left. \begin{aligned} xy &= n \\ (x-3)(y+1) &= n \\ (x-5)(y+2) &= n \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} -3y + x - 3 = 0 \\ -5y + 2x - 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 15 \end{cases} \Rightarrow n = xy = 60$$

۳۳ گزینه‌ی (۲).

$$\overline{ab} + 18 = \overline{ba} \Rightarrow 10a + b + 18 = 10b + a \Rightarrow 9b - 9a = 18 \Rightarrow b - a = 2$$

پس اعداد عبارتند از: ۷۹، ۶۸، ۵۷، ۴۶، ۳۵، ۲۴، ۱۳.

۳۴ گزینه‌ی (۱). تناسب‌ها را معکوس می‌کنیم و در دستگاه حل می‌نمائیم.

$$\begin{cases} \frac{y+z}{yz} = 7 \Rightarrow \frac{1}{z} + \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{x+y}{xy} = 5 \Rightarrow \frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 5 \\ \frac{x+z}{xz} = 6 \Rightarrow \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{z} - \frac{1}{x} = 7 - 5 = 2 \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{z} = 6 + 2 = 8 \Rightarrow \frac{1}{z} = 4$$

$$\frac{1}{x} = 6 - \frac{1}{z} = 6 - 4 = 2 \quad \text{و} \quad \frac{1}{y} = 3 \Rightarrow \frac{1}{z} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} = 4 + 2(3) + 3(2) = 16$$

۳۵ گزینه‌ی (۳).

می‌دانیم مجموع اعداد طبیعی ۱، ۲، ۳، ...، n برابر $\frac{n(n+1)}{2}$ است.

$$\begin{aligned} y &= 1383 \left(\frac{1382(1382+1)}{2} \right) = \frac{1383^2 \times 1382}{2} \\ x &= 1382 \left(\frac{1383(1383+1)}{2} \right) = \frac{1382 \times 1383 \times 1384}{2} \end{aligned} \Rightarrow 1384y = 1383x$$

۳۶ گزینه‌ی (۲).

$$\begin{cases} x + y + xy = -13 \\ x + y - xy = 11 \end{cases} \quad \text{جمع می‌کنیم} \quad 2(x+y) = -2 \Rightarrow x+y = -1$$

می‌گذاریم: $-1 + xy = -13 \Rightarrow xy = -12$

$$x + y = -1 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 1 - 4xy = 1 - 4(-12) = 49$$

$$(x-y)^2 = 49 \Rightarrow x-y = \pm 7$$

که با توجه به گزینه‌ها ۷+ قابل قبول است.

۳۷ گزینه‌ی (۱).

$$\frac{c}{d} = \frac{3}{2} \Rightarrow c = \frac{3d}{2} \Rightarrow \frac{a(\frac{3d}{2}) - bd}{a(\frac{3d}{2}) + bd} = \frac{1}{11}$$

$$d \neq 0 \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}[a(\frac{3d}{2}) - bd]}{\frac{3}{2}[a(\frac{3d}{2}) + bd]} = \frac{1}{11} \Rightarrow \frac{3a - 2b}{3a + 2b} = \frac{1}{11}$$

$$\xrightarrow[\text{تفصیل در مخرج}]{\text{ترکیب در صورت}} \frac{3a - 2b + 3a + 2b}{3a + 2b - 3a + 2b} = \frac{1+11}{11-1}$$

$$\frac{6a}{4b} = \frac{12}{10} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{12}{10} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$$

۳۸ گزینه‌ی (۳).

داریم: $y^{x+1} < x^y$ که با توجه به فرض مسئله در طرف راست عدد مثبتی است که به توان منفی رسیده است که حاصل آن کسری مثبت خواهد شد. اما در سمت چپ یک عدد منفی است که به توان فرد رسیده است که حاصل آن عددی منفی خواهد شد و این نامساوی همواره درست خواهد بود. جهت رد گزینه‌های بعدی مثال نقض می‌آوریم.

$$۱) \frac{1}{y} < -\frac{1}{x} \quad x=2, y=-3 \Rightarrow \frac{1}{-3} < \frac{1}{-2} \text{ غ}$$

$$۲) \frac{1}{x} < \frac{1}{y} \quad x=2, y=-3 \Rightarrow \frac{1}{2} < -\frac{1}{3} \text{ غ}$$

$$۴) x=1, y=-1 \Rightarrow 1^{2(-1)+1} < (-1)^1 \Rightarrow 1^{-1} < (-1)^1 \Rightarrow 1 < -1 \text{ غ}$$

$$\frac{y+32}{4xz+1} = \frac{y+32}{4(\frac{1}{y})+1} = \frac{y+32}{\frac{32}{y}+1} = \frac{y+32}{\frac{32+y}{y}} = y$$

۳۹ گزینه‌ی (۳).

۴۰ گزینه‌ی (۲). برای انجام کار $1200 = 15 \times 8 \times 10$ نفر ساعت کار نیاز است.

$$\text{روز اول} \Rightarrow 10 \times 8 \times 3 = 240$$

$$\text{روز دوم} \Rightarrow 15 \times 8 \times 7 = 840$$

$$5 \Rightarrow (15-x) \times 3 \times 5 = 1200 - (840 + 240) \Rightarrow 15 - \frac{120}{15} = x \Rightarrow x = \frac{105}{5} = 7 \text{ سوم}$$

کار باقی مانده نفراتی که کار را ترک کردند

۴۱ گزینه‌ی (۴). یک نابرابری را می‌توان در عددی مثبت (و غیر صفر) ضرب کرد. چون k نمی‌تواند برابر صفر شود (مخرج کسر است) پس دو طرف را در k^2 ضرب می‌کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{k} > pq \Rightarrow k^2 \times \frac{1}{k} > k^2 \times pq \Rightarrow k > pk^2q$$

۴۲ گزینه‌ی (۳).

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{مردان در ابتدا} = M \\ \text{زنان در ابتدا} = Z \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \frac{M}{Z} = \frac{3}{5} \Rightarrow Z = \frac{5M}{3} \\ \frac{M+24}{Z-24} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{M+24}{\frac{5M}{3}-24} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3M+72 = \frac{25M}{3} - 120 \\ \Rightarrow 3M+72 = \frac{25M}{3} - 120 \\ \Rightarrow \frac{9M-25M}{3} = -192 \Rightarrow -16M = -576 \\ M = \frac{576}{16} = 36 \end{array} \right. \end{aligned}$$

۴۳ گزینه‌ی (۱). اگر فرض کنیم که هر دو لوله استخر را در a ساعت می‌کنند، داریم:

$$\frac{1}{a+2} + \frac{1}{a+4/5} = \frac{1}{a} \Rightarrow a = 3$$

پس لوله‌ی اول (x) در ۵ ساعت و لوله‌ی دوم (y) در $7/5$ ساعت استخر را پر می‌کنند پس:

$$x + y = 12/5$$

۴۴ گزینه‌ی (۲). اگر سرمایه‌ی اولیه کاسب را x در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} (x + \frac{1}{2}x - 10^7) + \frac{1}{2}(x + \frac{1}{2}x - 10^7) - 10^7 &= 2x \\ \frac{3}{2}x - 10^7 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} \times 10^7 - 10^7 &= 2x \\ \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}x - 2x &= 10^7 + \frac{1}{2}10^7 + 10^7 \end{aligned}$$

$$\frac{6x + 3x - 8x}{4} = \frac{5}{2} \times 10^7 \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{5}{2} \times 10^7 \Rightarrow x = 2 \times 5 \times 10^7 = 10^8$$

۴۵ گزینه‌ی (۴). عدد اول را x و عدد دوم را y در نظر می‌گیریم:

$$4x^2 + 9y^2 = -12xy \Rightarrow 4x^2 + 12xy + 9y^2 = 0 \Rightarrow (2x + 3y)^2 = 0 \Rightarrow 2x + 3y = 0$$

$$\Rightarrow 2x = -3y \Rightarrow -\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$$

۴۶ گزینه‌ی (۴).

$$x + 2 = \text{سرعت اتوبوس اول}$$

$$x = \text{سرعت اتوبوس دوم}$$

$$d = \text{فاصله دو روستا} \rightarrow V_1 t_1 = V_2 t_2 \Rightarrow (x + 2)(t - \frac{1}{4}) = x(t) \rightarrow xt - \frac{1}{4}x + 2t - \frac{1}{2} = xt$$

$$-x + 8t - 2 = 0$$

$$8t = 2 + x$$

$$t = \frac{2+x}{8} \text{ و } 36 = x \times t \rightarrow d = V_2 t_2 \Rightarrow 36 = x \times t$$

$$\Rightarrow 36 = x \left(\frac{2+x}{8} \right)$$

$$288 = x(2+x)$$

$$16 \times 18 = x(2+x) \Rightarrow x = 16 \text{ سرعت اتوبوس دوم}$$

$$\Rightarrow x + 2 = 18 \text{ سرعت اتوبوس اول}$$

$$16 + 18 = 34 \text{ مجموع سرعت‌ها} \rightarrow$$

$$\left(\frac{a}{b} = \frac{1}{3}, \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \right) \Rightarrow \frac{a}{b} \times \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15} \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{4}{15} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{15}{4}$$

۴۷ گزینه‌ی (۳).

۴۸ گزینه‌ی (۱).

$$(a+1)x^2 - 2(a-3)x = a-7, \quad x=-1 \Rightarrow a+1+2a-6=a-7 \Rightarrow 2a=-2 \Rightarrow a=-1$$

۴۹ گزینه‌ی (۲).

$$m = \frac{xy+1}{x-y} \Rightarrow mx - my = xy + 1 \Rightarrow mx - xy = my + 1 \Rightarrow x(m-y) = my + 1 \Rightarrow x = \frac{my+1}{m-y}$$

$$z = 2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{1 + \frac{2}{y}} \Rightarrow 1 + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{y} = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -4$$

۵۰ گزینه‌ی (۱).

$$y = -4 \Rightarrow -4 = \frac{1}{1 - \frac{4}{x}} \Rightarrow 1 - \frac{4}{x} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{4}{x} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \frac{16}{5}$$

$$abc = 2 \Rightarrow ac = \frac{2}{b} \Rightarrow \frac{b+6}{3ac+1} = \frac{b+6}{3 \times \frac{2}{b} + 1} = \frac{b+6}{\frac{6+b}{b}} = b$$

۵۱ گزینه‌ی (۲).

۵۲ گزینه‌ی (۴).

$$2(3x-2)^2 - 3(2-8x) = 2(x^2+1) + 1 \Rightarrow 2(9x^2 - 12x + 4) - 6 + 24x = 2x^2 + 2 + 1$$

$$\Rightarrow 18x^2 - 24x + 8 - 6 + 24x = 2x^2 + 3 \Rightarrow 16x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{4}$$

۵۳ گزینه‌ی (۴).

اگر طول مستطیل x و عرض آن y باشد، داریم:

$$\left. \begin{aligned} x &= 3y - 8 \\ 2(x+y) &= y^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2(3y - 8 + y) = y^2 \Rightarrow 8y - 16 = y^2 \Rightarrow y^2 - 8y + 16 = 0$$

$$\Rightarrow (y-4)^2 = 0 \Rightarrow y = 4$$

پس $y = 4$ و در نتیجه: $x = 3 \times 4 - 8 = 4$ و بنابراین:

۵۴ گزینه‌ی (۴).

اگر طول مسیر d کیلومتر باشد، داریم:

$$V = \frac{d}{t}$$

$$\left. \begin{aligned} 10 &= \frac{d}{t+5} \Rightarrow d = 10t + 50 \\ 15 &= \frac{d}{t-5} \Rightarrow d = 15t - 75 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 5t - 125 = 0 \Rightarrow t = 25$$

$$10 = \frac{d}{t+5} = \frac{d}{25+5} \Rightarrow d = 30 \times 10 = 300$$

۵۵ گزینه‌ی (۳).

$$\frac{a}{b} = \frac{462}{594} = \frac{2 \times 231}{2 \times 297} = \frac{231}{297} = \frac{3 \times 77}{3 \times 99} = \frac{77}{99} = \frac{7 \times 11}{9 \times 11} \Rightarrow a=7 \text{ و } b=9 \Rightarrow a+b=16$$

۵۶ گزینه‌ی (۴).

دو طرف رابطه‌ی فرض را بر ab تقسیم می‌کنیم:

$$a-b = ab \xrightarrow{\div ab} \frac{a-b}{ab} = 1 \Rightarrow \frac{a}{ab} - \frac{b}{ab} = 1 \Rightarrow \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -1$$

۵۷ گزینه‌ی (۲).

$$xyz = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{z} \Rightarrow \frac{1+xy}{1+z} = \frac{1+\frac{1}{z}}{1+z} = \frac{\frac{z+1}{z}}{z} = \frac{1}{z} = xy$$

۵۸ گزینه‌ی (۱).

وقتی دومی $\frac{1}{3}$ مهره‌های باقی‌مانده را بر می‌دارد، به سومی $\frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3}$ مهره‌های باقی‌مانده می‌رسد. یعنی اگر تعداد مهره‌های باقی‌مانده را با x نشان دهیم، داریم:

$$\frac{2}{3}x = 4 \Rightarrow x = 6$$

۵۹ گزینه‌ی (۲). فرض کنید سرعت حرکت آب x و سرعت حرکت قایق به تنهایی y باشد. در مسیر آب، قایق با سرعت $x+y$ حرکت می‌کند و در مسیر برگشت با سرعت $y-x$. پس اگر طول مسیر مزرعه تا خانه d باشد، داریم:

$$\left. \begin{aligned} x+y &= \frac{d}{1} \\ y-x &= \frac{d}{5} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} 2x = \frac{d}{1} - \frac{d}{5} = \frac{5d-d}{5} = \frac{4d}{5} \Rightarrow x = \frac{2d}{5} = \frac{d}{2.5}$$

پس اگر در مسیر حرکت آب اصلاً پارویی زده نشود، در مدت زمان $\frac{5}{2} = 2.5$ ساعت مسیر طی می‌شود.

۶۰ گزینه‌ی (۴). دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} 7a^2 + 10b^2 = 12ab \\ 3a^2 + b^2 = -12 \end{array} \right\} \xrightarrow{-} 4a^2 + 9b^2 = 12ab + 12 \Rightarrow 4a^2 + 9b^2 - 12ab = 12 \Rightarrow (2a - 3b)^2 = 12$$

بنابراین:

۶۱ گزینه‌ی (۴).

$$\begin{array}{r} -2 \times \left\{ \begin{array}{l} x + 3y = 7 \rightarrow -2x - 6y = -14 \\ 2x - 5y = -19 \end{array} \right. \\ \hline -11y = -33 \Rightarrow y = 3 \end{array}$$

$$\Rightarrow x + 9 = 7 \Rightarrow x = -2$$

$$\xrightarrow{y-2x} 3 - 2(-2) = 3 + 4 = 7$$

۶۲ گزینه‌ی (۳).

$$\begin{array}{l} \frac{1}{(x^2 - 2)^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow (x^2 - 2)^2 = 4 \Rightarrow x^2 - 2 = \pm 2 \\ \xrightarrow{+} x^2 - 2 = 2 \rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ \xrightarrow{-} x^2 - 2 = -2 \rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \end{array}$$

مقادیر ۲ و -۲ برای به دست می‌آید که سه جواب برای معادله‌ی فوق هستند.

۶۳ گزینه‌ی (۳).

$$x = \text{قیمت یک کیلو پیاز} \quad y = \text{قیمت یک کیلو گوجه} \quad z = \text{میزان پول رضا}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 5y + 10 = 2x + 8y - 10 \\ 2x = 5y \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x - 3y = -20 \\ 2x - 5y = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -2x + 6y = 40 \\ 2x - 5y = 0 \end{array} \right. \Rightarrow 100 + 40 = 140$$

۶۴ گزینه‌ی (۱).

$$y = \text{مقدار کار یک کارگر خارجی در یک ساعت}$$

$$x = \text{مقدار کار یک کارگر ایرانی در یک ساعت}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{ساعت کارگر} & \text{ساعت} & \text{کارگر} \\ (5x + 7y) \times 8 = (9x + 8y) \times 5 \end{array}$$

$$40x + 56y = 45x + 40y \Rightarrow 56y - 40y = 5x \Rightarrow 16y = 5x \Rightarrow 80y = 25x$$

۶۵ گزینه‌ی (۲).

۶۶ گزینه‌ی (۳).

۶۷ گزینه‌ی (۴).

۶۸ گزینه‌ی (۲).

۶۹ گزینه‌ی (۳). نکته: عدد ۱ ریشه‌ی مشترک صورت و مخرج است و جواب معادله نمی‌باشد.

۷۰ گزینه‌ی (۳).

۷۱ گزینه‌ی (۴).

۷۲ گزینه‌ی (۳).

۷۳ گزینه‌ی (۲).

۷۴ گزینه‌ی (۳).

۷۵ گزینه‌ی (۲).

۷۶ گزینه‌ی (۴).

۷۷ گزینه‌ی (۳).

۷۸ گزینه‌ی (۴).

۷۹ گزینه‌ی (۱).

۸۰ گزینه‌ی (۱).

۸۱ گزینه‌ی (۱).

۸۲ گزینه‌ی (۳).

۸۳ گزینه‌ی (۳).

همان‌طور که می‌دانیم تعداد نفرات هر مجموعه به وسیله‌ی اعداد طبیعی تعریف می‌شود. حال تعداد خانم‌ها را x و تعداد کل نفرات را y در نظر می‌گیریم، پس داریم:

$$0.45 < \frac{x}{a} < 0.50$$

اگر تعداد کل نفرات برابر با ۹ باشد، تعداد خانم‌ها باید از نصف عدد ۹ کمتر باشد، یعنی عددی مانند ۴. در این صورت $\frac{x}{a} = \frac{4}{9} = 0.44$ می‌شود که صحیح نیست.

اگر تعداد کل نفرات برابر با ۱۰ باشد، تعداد خانم‌ها باید از نصف عدد ۱۰ کمتر باشد، یعنی عددی مانند ۴. در این صورت $\frac{x}{a} = \frac{4}{10} = 0.4$ می‌شود که صحیح نیست.

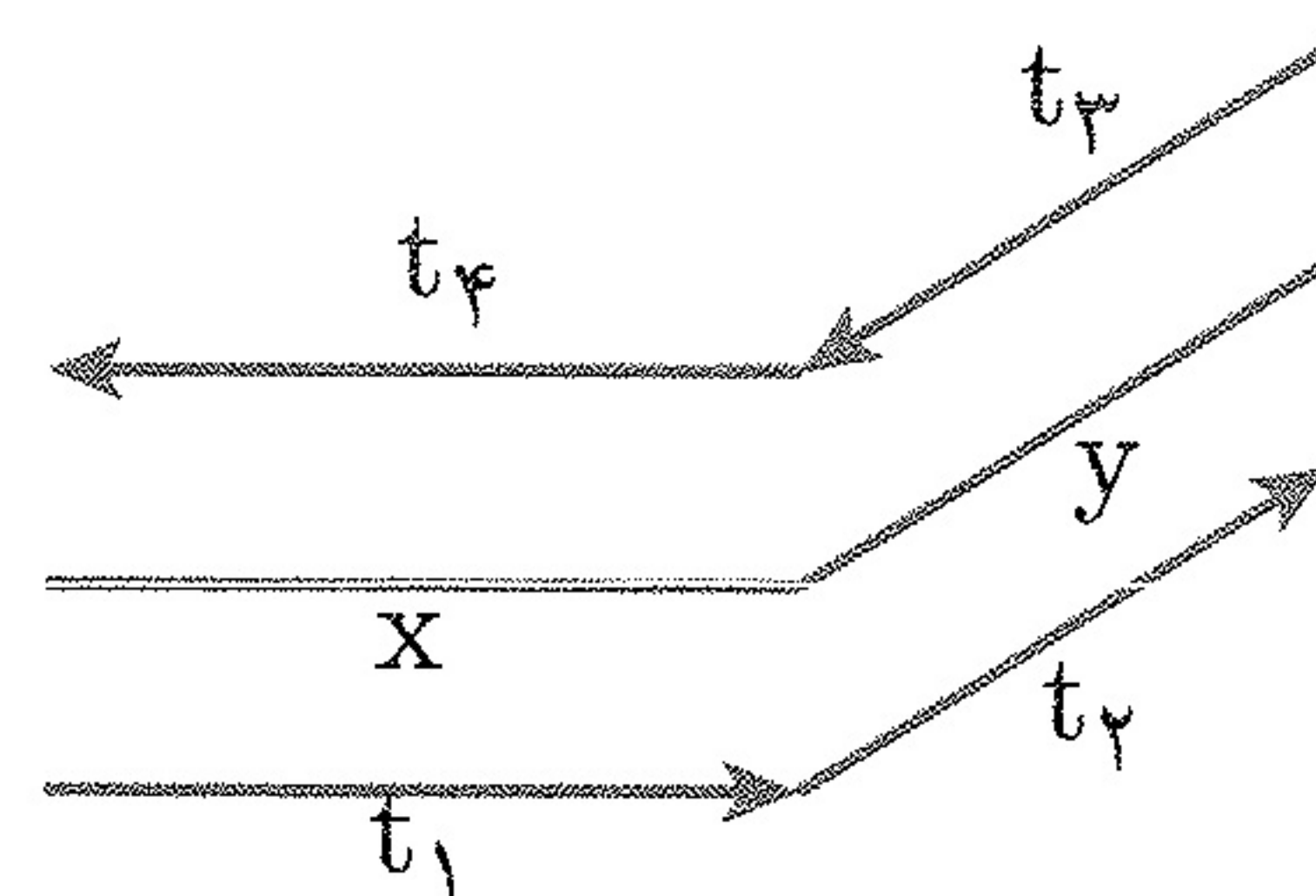
اگر تعداد کل نفرات برابر با ۱۱ باشد، تعداد خانم‌ها باید از نصف عدد ۱۱ کمتر باشد، یعنی عددی مانند ۵. در این صورت $\frac{x}{a} = \frac{5}{11} = 0.4545$ می‌شود که صحیح است.

۸۴ گزینه‌ی (۳).

$$\text{زمان} = \frac{\text{مسافت}}{\text{سرعت}}$$

$$t_1 = \frac{x}{4}, t_2 = \frac{y}{3}, t_3 = \frac{y}{6}, t_4 = \frac{x}{4}$$

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 2 = \frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{y}{6} + \frac{x}{4} = \frac{6(x+y)}{12}$$



مسافت مسیر رفت و برگشت: $(x+y) = 4 \Rightarrow 2(x+y) = 8$

۸۵ گزینه‌ی (۴).

۸۶ گزینه‌ی (۲).

۸۷ گزینه‌ی (۴).

۸۸ گزینه‌ی (۳).

$$4 \times 8 = 32 \text{ متر مربع} = 320000 \text{ cm}^2$$

$$\sqrt{320000} = 565.6$$

۸۹ گزینه‌ی (۴).

$$x = \text{طول قطارها}$$

$$\text{زمان} \times \text{سرعت} = \text{مسافت طی شده توسط قطارها}$$

$$2x = (40 + 20) \times t_1 = (40 - 20)(2 + t_1) \Rightarrow 60t_1 = 20(2 + t_1) \Rightarrow t_1 = 1 \text{ دقیقه} \Rightarrow$$

زمانی که دو قطار مخالف هم حرکت می‌کنند و از کنار هم می‌گذرند در این زمان دو قطار مسافت یک کیلومتر را طی می‌کند و طول یک قطار برابر ۵۰۰ متر است.

۹۰ گزینه‌ی (۲).

$$\begin{aligned} \text{جایگذاری } x=2 \rightarrow \frac{2-k}{2} - 4 + 1 = 3 &\Rightarrow \frac{2-k}{2} = 6 \\ \Rightarrow 2-k = 12 &\Rightarrow -k = 10 \Rightarrow k = -10 \end{aligned}$$

۹۱ گزینه‌ی (۴).

$$\begin{aligned} x + (x+2) + (x+4) + (x+6) &= 24 \\ 4x + 12 &= 24 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3 \\ 9 - 3 &= 6 \Rightarrow \text{تفاضل} = 6, 5, 7, 9: \text{ اعداد فرد} \end{aligned}$$

۹۲ گزینه‌ی (۴).

$$\begin{aligned} \frac{2(x+1) + 3(x-1)}{(x-2)(x+1)} &= \frac{5}{x+2} \Rightarrow \frac{5x-7}{x^2-2x-3} = \frac{5}{x+2} \\ \Rightarrow \frac{5x-7}{x^2-2x-3} - \frac{5}{x+2} &= 0 \\ \Rightarrow \frac{(5x-7)(x+2) - 5(x^2-2x-3)}{(x^2-2x-3)(x+2)} &= 0 \\ \Rightarrow 5x^2 - 7x + 10x - 14 - 5x^2 + 10x + 15 &= 0 \\ \Rightarrow 13x + 1 &= 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{13} \end{aligned}$$

۹۳ گزینه‌ی (۲).

$$\begin{aligned} 6 \times \left(\frac{a-4}{3} + 1 = \frac{a+1}{6} \right) &\Rightarrow 2(a-4) + 6 = a+1 \\ \Rightarrow 2a - 8 + 6 &= a+1 \Rightarrow a = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{a} + \frac{2x-5}{2a} &= 1 - \frac{x}{a} \Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{x}{a} - \frac{5}{2a} = 1 - \frac{x}{a} \\ \Rightarrow 3\left(\frac{x}{a}\right) &= 1 + \frac{5}{2a} \xrightarrow{a=3} x = 1 + \frac{5}{6} \Rightarrow x = \frac{11}{6} \end{aligned}$$

۹۴ گزینه‌ی (۳).

(الف) $x = -2$ مثال نقض) غلط $x^2 < 1 \Rightarrow x < 1$

(ب) صحیح $x < -1 \Rightarrow \frac{1}{x} > x$

(ج) $x = -2$ مثال نقض) غلط $x^2 > 1 \Rightarrow x > 1$

(د) صحیح $-1 < x < 0 \Rightarrow \sqrt{-x} > -x$

۹۵ گزینه‌ی (۱).

$$\begin{aligned} x &\leq 2(x+1) - 3(x+1) \\ x &\leq 2x + 2 - 3x + 3 \\ 2x &\leq 5 \quad x \leq \frac{5}{2} = 2,5 \end{aligned}$$

۹۶ گزینه‌ی (۴).

$$\begin{aligned} \frac{x-3}{2} + \frac{x-3}{3} + 1 &= \frac{x}{4} \xrightarrow{\times 12} 6(x-3) + 4(x-3) + 12 = 3x \\ \Rightarrow 10x - 14 &= 3x \Rightarrow 7x = 14 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow a = 2 \end{aligned}$$

$$\text{پس } \frac{2 \times 2x - 3}{3} = 11 \Rightarrow 4x - 3 = 33 \Rightarrow 4x = 36 \Rightarrow x = 9$$

۹۷ گزینه‌ی (۳).

الف) صحیح است $a > 2 \Rightarrow 3a > 6$

ب) صحیح است $a > 2 \Rightarrow a + 5 > 7 > 6$

ج) نادرست است $a > 2 \Rightarrow -3a < -6$

د) صحیح است $a > 2 \Rightarrow a^2 > 4$ به توان ۲

هـ) صحیح است $a > 2 \Rightarrow a^2 > 8 \Rightarrow 2a^2 > 16$ به توان ۲

و) $a > 2 \Rightarrow 3a > 6$

(مثلاً $a = 2/3 \Rightarrow 3a = 2 < 6$) همواره صحیح نیست.

۹۸ گزینه‌ی (۲).

$$\begin{cases} 2^{2x-5} < 2^5 \rightarrow 2x-5 < 5 \Rightarrow 2x < 10 \Rightarrow x < 5 \\ 3^{1-2x} \leq 3^4 \rightarrow 1-2x \leq 4 \Rightarrow -2x \leq 3 \Rightarrow x \geq -1.5 \end{cases} \rightarrow -1.5 \leq x < 5$$

۹۹ گزینه‌ی (۳).

$$\begin{aligned} \frac{x}{3} - \frac{5}{2} &\geq \frac{x}{2} - 1 \Rightarrow 2x - 15 \geq 3x - 6 \\ &\Rightarrow 2x - 3x \geq 15 - 6 \\ &\Rightarrow -x \geq 9 \Rightarrow x \leq -9 \end{aligned}$$

۱۰۰ گزینه‌ی (۴).

۱۰۱ گزینه‌ی (۱).

۱۰۲ گزینه‌ی (۲).

۱۰۳ گزینه‌ی (۴).