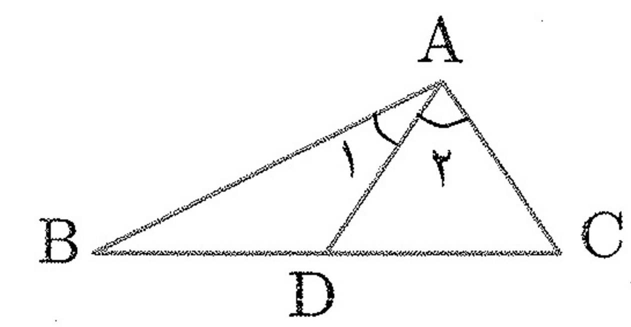
۱ گزینه‌ی (۱).

۲ گزینه‌ی (۱).

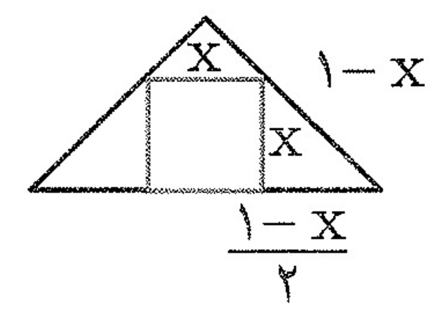
۳ گزینه‌ی (۲).



$$\widehat{A_۱} = \widehat{B} \Rightarrow ۹۰ - \widehat{A_۱} = ۹۰ - \widehat{B} \Rightarrow \widehat{A_۲} = \widehat{C}$$

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{A_۱} = \widehat{B} \Rightarrow AD = DB \\ \widehat{A_۲} = \widehat{C} \Rightarrow AD = DC\end{array}\right\} \Rightarrow AD = \frac{۱}{۲}BC$$

۴ گزینه‌ی (۱).

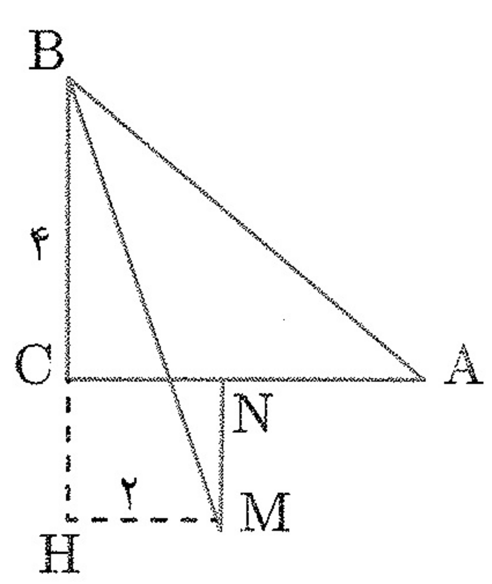


$$(۱-x)^۲ = (\frac{۱-x}{۲})^۲ + x^۲ \Rightarrow \frac{۳}{۴}(۱-x)^۲ = x^۲ \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}(۱-x) = x \Rightarrow$$

$$(\sqrt{۳}+۲)x = \sqrt{۳} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}+۲} \times \frac{\sqrt{۳}-۲}{\sqrt{۳}-۲} = \frac{۳-۲\sqrt{۳}}{-۱} = ۲\sqrt{۳}-۳$$

۵ گزینه‌ی (۳).

از M خطی عمود بر امتداد AC و BC رسم می‌کنیم. در مثلث BMH داریم:

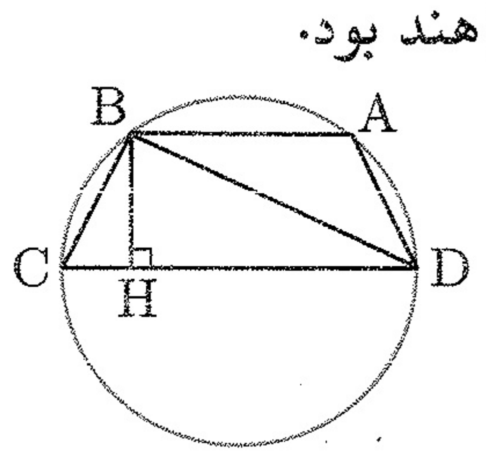


$$BM = \sqrt{۵^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۲۹}$$

۶ گزینه‌ی (۳).

سه متوازی‌الاضلاع می‌توان رسم کرد. زیرا هر بار دو ضلع مثلث، اضلاع متوازی‌الاضلاع و ضلع سوم قطر آن خواهند بود.

۷ گزینه‌ی (۲). چهارضلعی ABCD محاط در دایره است.



پس: $\overline{AD} = \overline{BC} = ۲ \Leftarrow \widehat{AD} = \widehat{BC}$

پس: $AB \parallel CD$ در نتیجه : $HC = ۰/۵$

قائم الزاویه $\overset{\triangle}{BHC} : BC^۲ = BH^۲ + HC^۲ \Rightarrow ۲^۲ = BH^۲ + (۰/۵)^۲ \Rightarrow BH^۲ = ۴ - ۰/۲۵$

$$\Rightarrow BH^۲ = ۳/۷۵$$

قائم الزاویه $\overset{\triangle}{BHD} : BD^۲ = BH^۲ + HD^۲ \Rightarrow BD^۲ = ۳/۷۵ + (۳/۵)^۲ \Rightarrow BD^۲ = \frac{۱۵}{۴} + \frac{۴۹}{۴} = \frac{۶۴}{۴}$

$$\Rightarrow BD = \frac{۸}{۲} = ۴$$

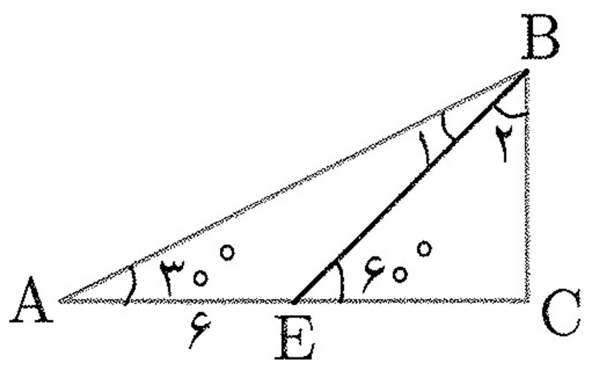
۸ گزینه‌ی (۱).

۹ گزینه‌ی (۴).

۱۰ گزینه‌ی (۳).

۱۱ گزینه‌ی (۱).

۱۲ گزینه‌ی (۴). چون زاویه‌ی خارجی برابر مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیرمجاور است پس در مثلث AEB خواهیم داشت:



$\widehat{E} = ۶۰^\circ = \widehat{A} + \widehat{B_۱} \Rightarrow ۶۰ = ۳۰ + B_۱ \Rightarrow B_۱ = ۳۰^\circ$

پس مثلث AEB به علت تساوی دو زاویه، متساوی الساقین خواهد شد، پس $AE = EB = ۶$. آنگاه در مثلث ECB خواهیم داشت:

$BC = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۶ = ۳\sqrt{۳}$

۱۳ گزینه‌ی (۳).

۱۴ گزینه‌ی (۳).

۱۵ گزینه‌ی (۱).

$$\frac{S'}{S} = (\frac{A'B'}{AB})^۲ = (\frac{۰/۹AB}{AB})^۲ = ۰/۸۱ \Rightarrow S' = ۰/۸۱S$$

پس $۰/۱۹ = ۰/۸۱ - ۱$ کاهش می‌یابد.

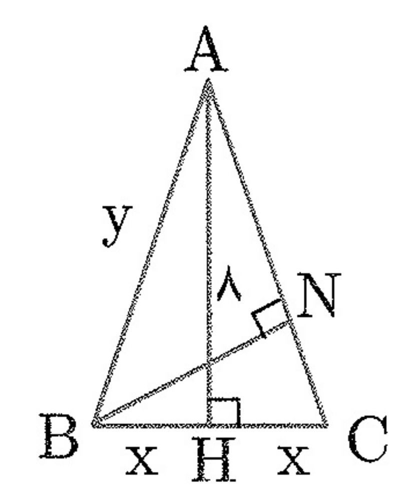
۱۶ گزینه‌ی (۲).

$$\left.\begin{array}{l} ۲x + ۲y = ۳۲ \Rightarrow x + y = ۱۶ \Rightarrow y = ۱۶ - x \\ x^۲ + ۸^۲ = y^۲ \Rightarrow x^۲ + ۶۴ = y^۲ \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$x^۲ + ۶۴ = ۲۵۶ - ۳۲x + x^۲ \Rightarrow ۳۲x = ۱۹۲ \Rightarrow x = ۶$ و $y = ۱۰$

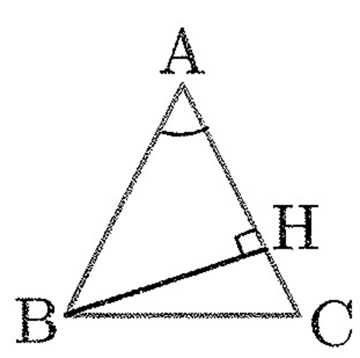
$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} AH \times BC = \frac{۱}{۲} BN \times AC \Rightarrow ۸ \times ۱۲ = BN \times ۱۰ \Rightarrow BN = ۹/۶$

مجموع دو ارتفاع $= ۲BN = ۲ \times ۹/۶ = ۱۹/۲$



۱۷ گزینه‌ی (۱).

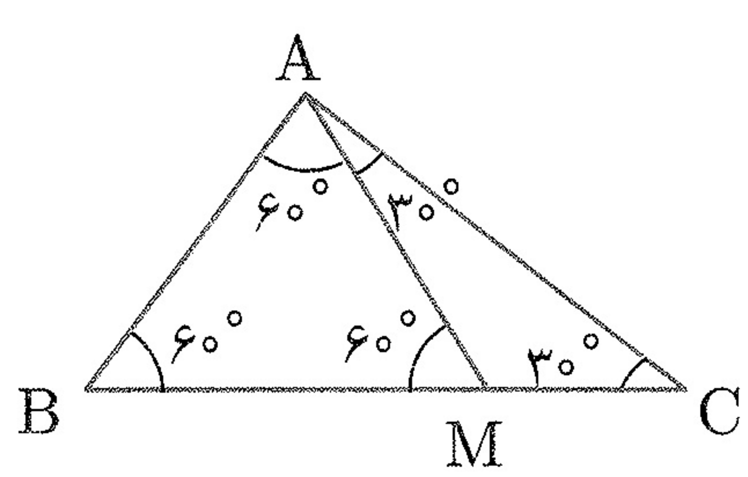
در این مثلث زاویای راس $\widehat{A} = ۳۰^\circ$ می‌باشد و در مثلث قائم‌الزاویه‌ی AHB ضلع روبرو به زاویه‌ی ۳۰° نصف وتر است. بنابراین:



$BH = \frac{۱}{۲} AB = \frac{۳}{۲}$

۱۸ گزینه‌ی (۴).

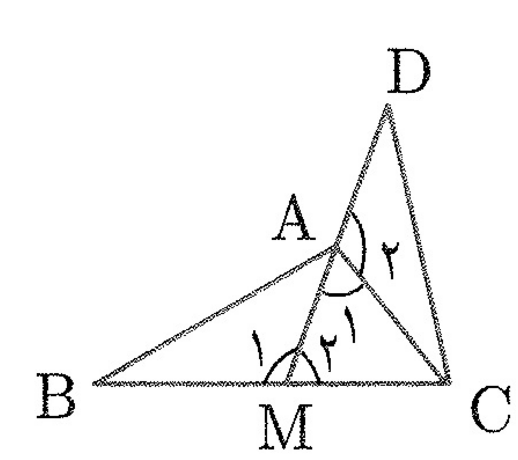
میانه‌ی ضلع BC را رسم می‌کنیم. مثلث ABM متساوی الاضلاع و مثلث AMC متساوی الساقین است.
با توجه به شکل $\widehat{A} = ۹۰^\circ$



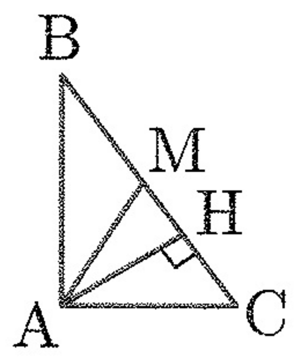
۱۹ گزینه‌ی (۱).

$AC = \frac{۱}{۲} BC = MC \Rightarrow \widehat{A_۱} = \widehat{M_۲} \Rightarrow \widehat{M_۱} = \widehat{A_۲}\ , AC = BM\ , AD = AM$

$\xrightarrow{(ض\ ز\ ض)} \overset{\triangle}{AMB} = \overset{\triangle}{ADC} \Rightarrow AB = DC \Rightarrow \frac{CD}{AB} = ۱$



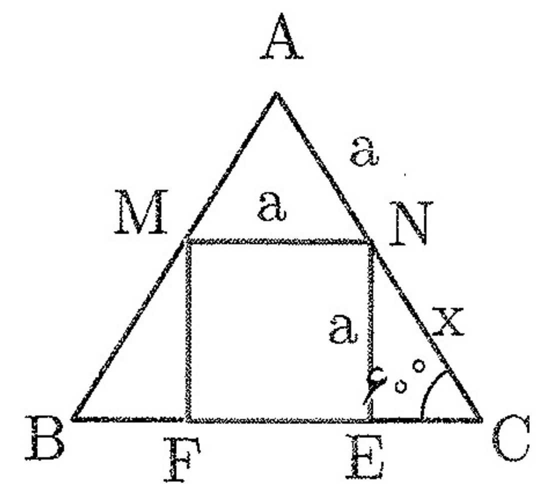
۲۰ گزینه‌ی (۳).



در مثلث $\overset{\triangle}{AMC}$ نیمساز و ارتفاع بر هم منطبق هستند پس مثلث متساوی الساقین و AH میانه‌ی مثلث نیز می باشد.

$$MH = \frac{۱}{۲}MC = \frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}BC) = \frac{۱}{۲}BC = \frac{۱}{۴}$$

۲۱ گزینه‌ی (۳).



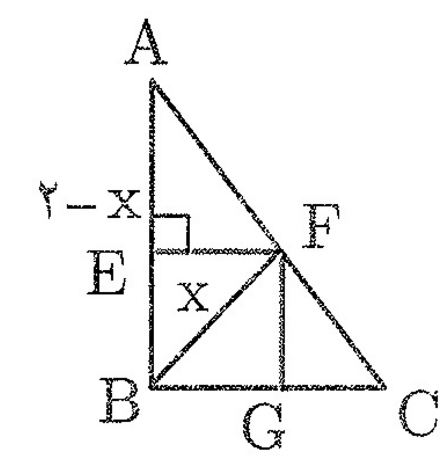
$$\left.\begin{array}{l} a = \frac{\sqrt{۳}}{۲}x \\ a + x = ۲ + \sqrt{۳} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}x + x = ۲ + \sqrt{۳} \Rightarrow x = ۲$$

$$\Rightarrow a = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۲ = \sqrt{۳} \Rightarrow \text{محیط مربع} = ۴a = ۴\sqrt{۳}$$

۲۲ گزینه‌ی (۱).

$$AC^۲ = ۲^۲ + ۲^۲ \Rightarrow AC = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$

در هر مربع قطر زاویه‌ی رئوس را نصف می‌کند (نیمساز است) پس در مثلث متساوی الساقین BF,ABC نیمساز راس B است که میانه‌ی وتر AC خواهد شد. پس $(AF = \sqrt{۲})$ در مثلث قائم الزاویه‌ی AEF داریم :

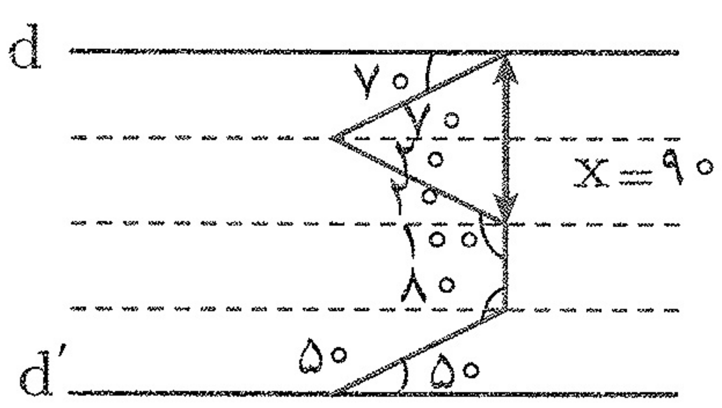


$$AE^۲ + EF^۲ = AF^۲ \Rightarrow (۲-x)^۲ + x^۲ = (\sqrt{۲})^۲ \Rightarrow ۴ - ۴x + x^۲ + x^۲ = ۲$$

$$\Rightarrow ۲x^۲ - ۴x + ۲ = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۲x + ۱ = ۰ \Rightarrow (x-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱$$

$$\text{محیط مربع} = ۴ \times ۱ = ۴$$

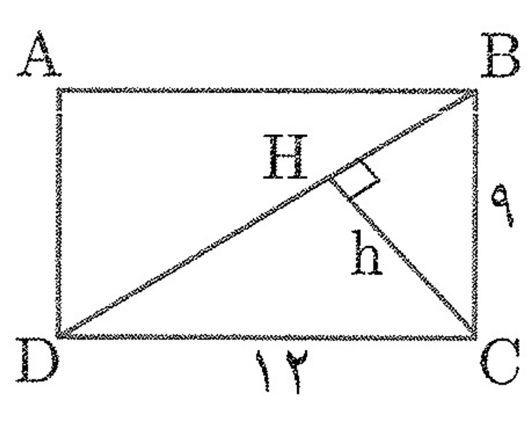
۲۳ گزینه‌ی (۲).



۲۴ گزینه‌ی (۱).

در ابتدا در مثلث قائم‌الزاویه‌ی DBC طول وتر DB را با استفاده از فیثاغورث به دست می‌آوریم.

می‌دانیم:

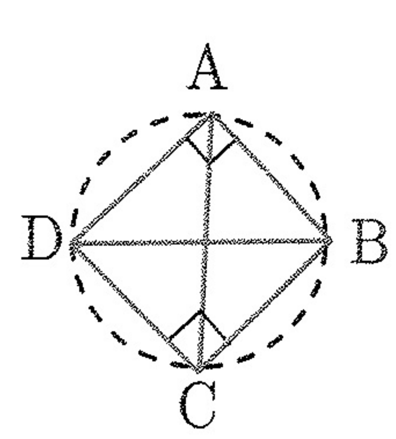


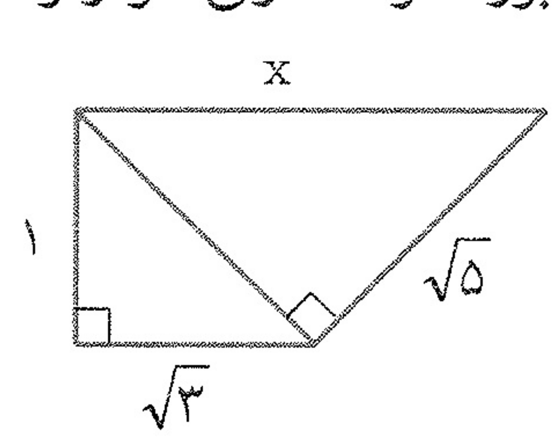
$$۹^۲ + ۱۲^۲ = BD^۲ \Rightarrow BD = \sqrt{۸۱ + ۱۴۴} = ۱۵$$

$$S_{ABCD} = DC \times BC = CH.DB$$

$$\Rightarrow ۱۲ \times ۹ = h \times ۱۵ \Rightarrow h = \frac{۹ \times ۱۲}{۱۵} = ۷/۲$$

۲۵ گزینه‌ی (۴). با توجه به شکل می‌توان گفت که چهارضلعی ABCD محاطی است$(\hat{A} + \hat{C} = ۱۸۰°)$ و با توجه به این‌که$\hat{A} = \hat{C} = ۹۰°$ پس DB قطر دایره است و با توجه به این‌که قطر هر دایره بزرگ‌تر مساوی هر وتر دلخواه در دایره است داریم: $a \le b$.





۲۶ گزینه‌ی (۱). با توجه به رابطه‌ی فیثاغورث داریم:

$\overset{\triangle}{ABC}:$

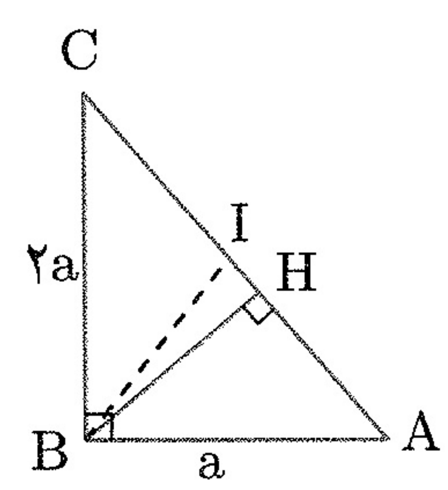
$AB^{۲}+AC^{۲}=BC^{۲}\Rightarrow ۱^{۲}+(\sqrt{۳})^{۲}=BC^{۲}\Rightarrow BC^{۲}=۴\Rightarrow BC=۲$

$\overset{\triangle}{BCD}:$

$BC^{۲}+DC^{۲}=BD^{۲}\Rightarrow ۲^{۲}+(\sqrt{۵})^{۲}=x^{۲}\Rightarrow x^{۲}=۴+۵=۹\Rightarrow x=۳$

۲۷ گزینه‌ی (۱).

$\overset{\triangle}{ABC}:(۲a)^{۲}+a^{۲}=(\sqrt{۵}\,a)^{۲}\Rightarrow \hat{B}=۹۰^{\circ}$



$$\left.\begin{array}{l} BI=\frac{۱}{۲}AC\Rightarrow BI=\frac{\sqrt{۵}}{۲}a \\ a^{۲}=HA.\sqrt{۵}\,a\Rightarrow HA=\frac{a}{\sqrt{۵}}=\frac{\sqrt{۵}}{۵}a \end{array}\right\}\Rightarrow IH=\frac{\sqrt{۵}}{۲}a-\frac{\sqrt{۵}}{۵}a=\frac{۳}{۱۰}\sqrt{۵}\,a$$

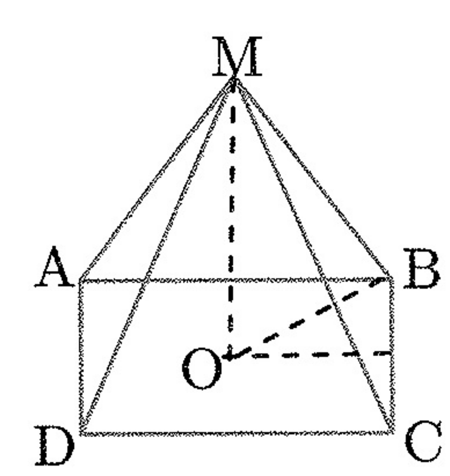
۲۸ گزینه‌ی (۳).

۲۹ گزینه‌ی (۲).

$OB^{۲}=(\frac{\sqrt{۱۶۰}}{۲})^{۲}+(\frac{\sqrt{۹۶}}{۲})^{۲}=۴۰+۲۴=۶۴\Rightarrow OB=۸m$

$BM^{۲}=۶^{۲}+۸^{۲}=۳۶+۶۴=۱۰۰\Rightarrow BM=۱۰m$

فاصله‌ی باقی‌مانده $=۱۰-۳=۷m$



۳۰ گزینه‌ی (۲). دو مستطیل با هم متشابه‌اند، پس نسبت عرض‌های آن‌ها با نسبت طول‌های آن‌ها برابر می‌شود. داریم:

$\frac{AB}{EF}=\frac{AD}{BF}\Rightarrow \frac{۱}{۳}=\frac{۳}{BF}\Rightarrow BF=۹$

$$\left.\begin{array}{l} S_{ADEF}=AD(AB+BF)=۳\times(۱+۹)=۳\times۱۰ \\ S_{BCEF}=EF\times BF=۳\times۹ \end{array}\right\}\Rightarrow \frac{S_{ADEF}}{S_{BCEF}}=\frac{۱۰}{۹}$$

۳۱ گزینه‌ی (۱). به عنوان مثال ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین نیز در شرط گزینه‌ی (۱) صدق می‌کند، ولی متوازی‌الاضلاع نیست.

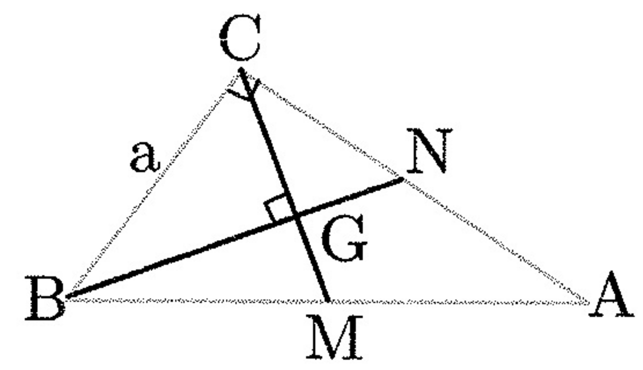
۳۲ گزینه‌ی (۳).

$AC^{۲}=AB^{۲}+BC^{۲}=۸^{۲}+۱۵^{۲}=۲۸۹\Rightarrow AC=۱۷$

با توجه به آن که در مثلث قائم‌الزاویه، میانه‌ی وارد بر وتر، نصف وتر است، داریم:

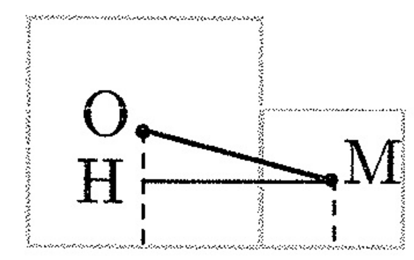
$BM=\frac{۱}{۲}AC=۸/۵$

۳۳ گزینه‌ی (۳). کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه، طول خط راست است. پس طول OM را می‌خواهیم. با توجه به این که طول مربع بزرگ a و طول ضلع مربع کوچک b است، طول اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ی $\overset{\triangle}{OHM}$ برابر است با:



$$OM^2 = OH^2 + HM^2 = \left(\frac{a}{2}-\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}+\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{b}{2}\right) + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \quad OH = \frac{a}{2}-\frac{b}{2}\ ,\ HM = \frac{a}{2}+\frac{b}{2}$$

$$+2\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{b}{2}\right) + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = 2\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{2} \Rightarrow OM = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$$



۳۴ گزینه‌ی (۴). با توجه به آن که محل برخورد میانه‌ها، آن‌ها را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند، اگر $BN = x$ ، داریم: $BG = \frac{2}{3}x$. حال به این دقت کنید که مثلث BCN یک مثلث قائم‌الزاویه است که ارتفاع وارد بر وتر آن CG می‌باشد. طبق خواص ارتفاع وارد بر وتر:

$$BC^2 = BG \times BN \Rightarrow a^2 = \frac{2}{3}x \times x \Rightarrow x^2 = \frac{3}{2}a^2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}a = \frac{\sqrt{6}}{2}a$$

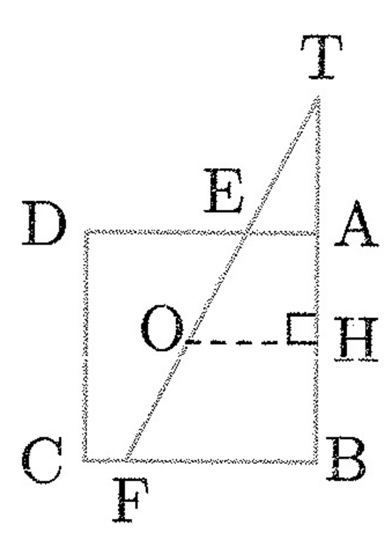
۳۵ گزینه‌ی (۴).

$$\widehat{BD} = \widehat{DC} \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 \Rightarrow \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 + D = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}\widehat{D} \times 2 + \widehat{D} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{D} = 100^\circ \Rightarrow A = 80$$

۳۶ گزینه‌ی (۲).

$T\widehat{E}A = 60 \Leftarrow A\widehat{T}E = 30^\circ$ اگر از O به TB عمود کنیم (OH) در مثلث قائم‌الزاویه‌ی TOH ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی 30° نصف وتر است.



$$OH = \frac{1}{2}OT \xrightarrow[OH=\frac{1}{2}]{\text{ضلع مربع}} \cancel{\frac{1}{2}}AD = \cancel{\frac{1}{2}}OT \Rightarrow AD = TO$$

۳۷ گزینه‌ی (۲).

۳۸ گزینه‌ی (۳).

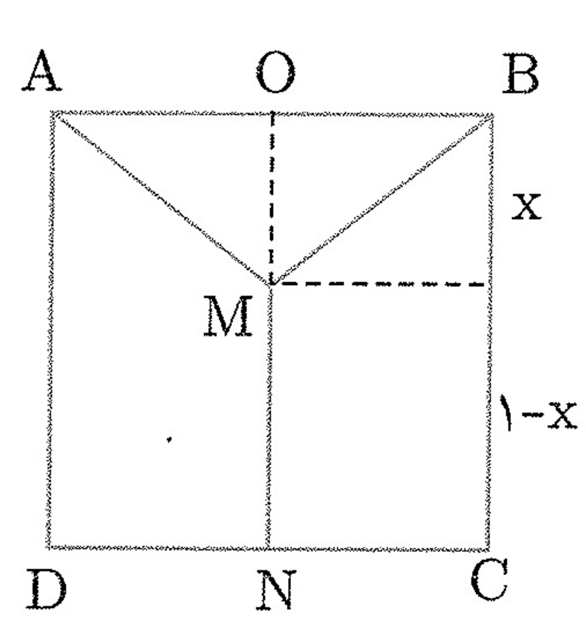
۳۹ گزینه‌ی (۴).

۴۰ گزینه‌ی (۴).

۴۱ گزینه‌ی (۱).

۴۲ گزینه‌ی (۱).

۴۳ گزینه‌ی (۲).



$$AM = MB = MN \Rightarrow AM^2 = MB^2 = MN^2$$

$$MB^2 = MO^2 + OB^2 = +\left(\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{4}$$

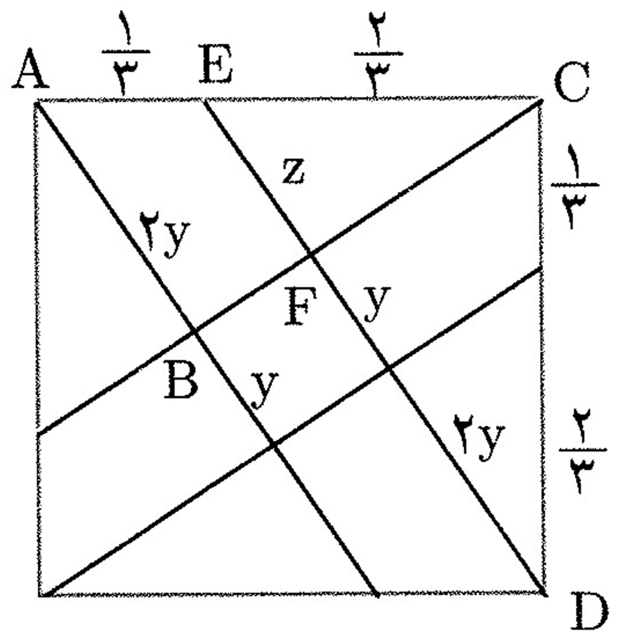
$$MN = 1 - x \Rightarrow MN^2 = (1-x)^2$$

$$x^2 + \frac{1}{4} = (1-x)^2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{4} = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x = \frac{3}{8}$$

$$S_{AMND} = \frac{(MN + AD)}{2} \times DN = \frac{\left(\frac{5}{8}+1\right)}{2} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{13}{32}}$$

۴۴ گزینه‌ی (۱).

۴۵ گزینه‌ی (۲). در مثلث ABC دو خط EF و AB موازی‌اند.



$$\frac{EC}{AC} = \frac{z}{۲y} \Rightarrow \frac{\frac{۲}{۳}}{۱} = \frac{z}{۲y} \Rightarrow z = \frac{۴}{۳}y$$

مثلث DCE قائم‌الزاویه است.

$$EC^۲ + CD^۲ = ED^۲ \Rightarrow ۱^۲ + (\frac{۲}{۳})^۲ = (۳y + z)^۲ = (۳y + \frac{۴}{۳}y)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱۳}{۹} = (\frac{۱۳}{۳}y)^۲ = \frac{۱۳^۲}{۹}y^۲ \Rightarrow ۱ = ۱۳y^۲ \Rightarrow y = \frac{۱}{\sqrt{۱۳}}$$

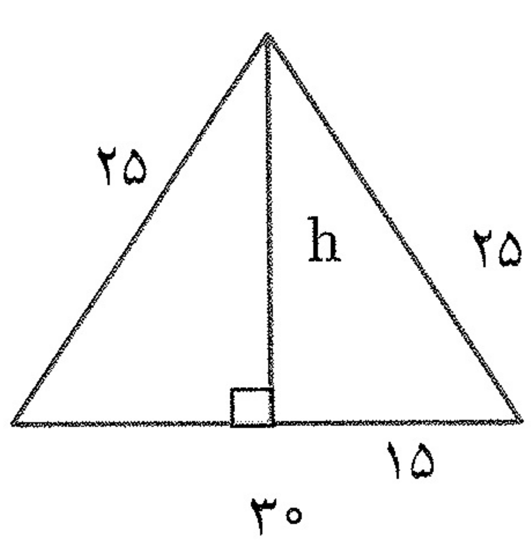
$$\text{مساحت مربع} = y \times y = \frac{۱}{\sqrt{۱۳}} \times \frac{۱}{\sqrt{۱۳}} = \boxed{\frac{۱}{۱۳}}$$

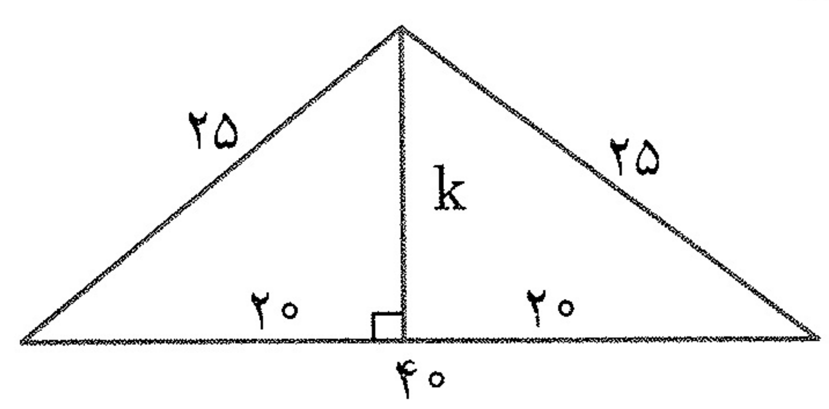
۴۶ گزینه‌ی (۳).

۴۷ گزینه‌ی (۳).

$$BC^۲ = ۳^۲ + ۲^۲ = ۱۳ \qquad BC = BA = \sqrt{۱۳} \Rightarrow A : -۴ - \sqrt{۱۳}$$

۴۸ گزینه‌ی (۳). در مثلث متساوی الساقین میانه‌ی وارد بر قاعده ارتفاع نیز می‌باشد.





در نتیجه k و h از رابطه‌ی فیثاغورس به دست می‌آیند.

$$۲۵^۲ = ۱۵^۲ + h^۲ \rightarrow ۶۲۵ = ۲۲۵ + h^۲ \Rightarrow h^۲ = ۴۰۰ \Rightarrow h = ۲۰$$

$$۲۵^۲ = ۱۲^۲ + ۲۰^۲ \Rightarrow ۶۲۵ = ۱۳^۲ + ۴۰۰ \Rightarrow ۱۲^۲ = ۶۲۵ \Rightarrow k = ۱۵$$

$$\frac{S_۱}{S_۲} = \frac{\frac{۱}{۲} \times ۲۰ \times ۳۰}{\frac{۱}{۲} \times ۱۵ \times ۴۰} = \frac{۴}{۳} \times \frac{۳}{۴} = ۱$$

۴۹ گزینه‌ی (۳).

$$\begin{cases} y = ۱ \\ y = -x + ۱ \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} A = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} y = ۱ \\ y = \frac{-۱}{۲}x + ۲ \end{cases} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} y = -x + ۱ \\ y = \frac{-۱}{۲}x + ۲ \end{cases} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \text{ارتفاع} = CH = ۲ \\ \text{قاعده} = AB = ۲ \end{cases} \Rightarrow S = \frac{۲ \times ۲}{۲} = ۲$$

۵۰ گزینه‌ی (۲).

$$AP = AD \Rightarrow \hat{P}_۱ = \frac{۱۸۰ - \widehat{PAD}}{۲} = \frac{۱۸۰ - ۱۵۰}{۲} = ۱۵^\circ$$

$$AP = AK \Rightarrow \hat{P}_۲ = \frac{۱۸۰ - \widehat{PAD}}{۲} = \frac{۱۸۰ - ۱۵۰}{۲} = ۱۵^\circ$$

$$\widehat{DPK} = \hat{P}_۱ + \hat{P}_۲ = ۳۰^\circ$$

۵۱ گزینه‌ی (۲). باتوجه به شکل داریم:

$$\left.\begin{matrix} MN \parallel BC \\ OB \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underset{\text{مورب}}{\hat{B}_1 = \hat{O}_1} \xrightarrow{\hat{B}_1=\hat{B}_2} \hat{B}_2 = \hat{O}_1 \Rightarrow OM = MB$$

$$\left.\begin{matrix} MP \parallel BC \\ OC \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underset{\text{مورب}}{\hat{C}_1 = \hat{O}_2} \xrightarrow{\hat{C}_1=\hat{C}_2} \hat{C}_2 = \hat{O}_2 \Rightarrow ON = NC$$

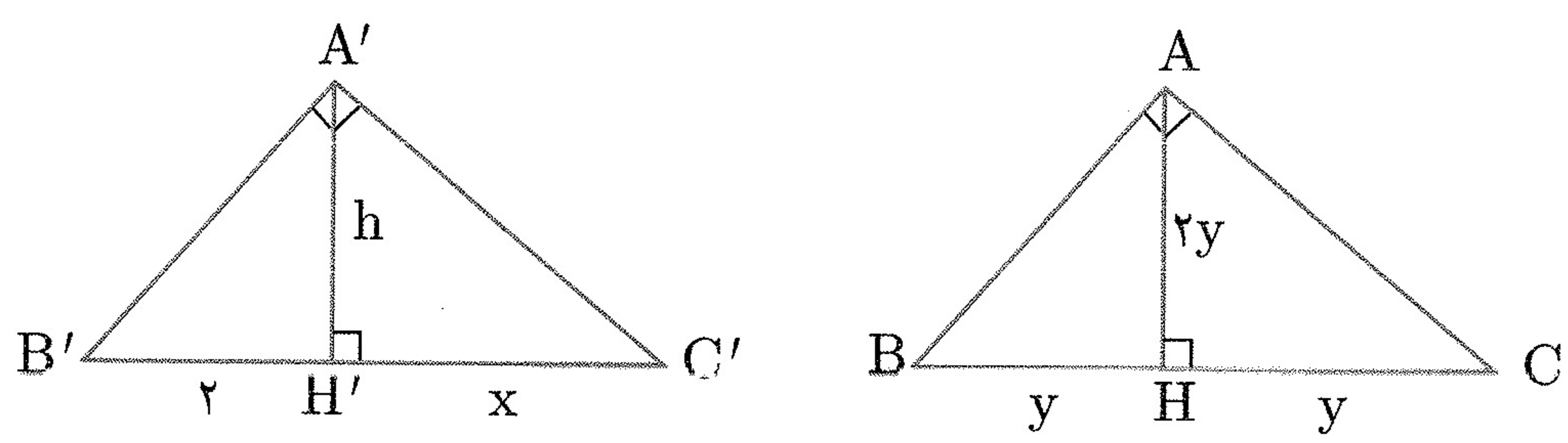
$$\Rightarrow MN = OM + ON = BM + CN$$

$$\Rightarrow P_{MNCB} = MN + BC + BM + CN = ۲MN + BC$$

$$= ۲(۱۰) + ۱۸ = ۳۸$$

۵۲ گزینه‌ی (۱). در گزینه‌ی ۲ و ۳ زاویه‌ی بین قطرها ۹۰° است. در مورد چهارم نیز ذوزنقه می‌تواند با متوازی الاضلاع متشابه باشد.

۵۳ گزینه‌ی (۳).



$$\frac{BH}{B'H'} = \frac{AH}{A'H'} \Rightarrow \frac{y}{۲} = \frac{۲y}{h} \Rightarrow h = ۶$$

$$A'H'^{۲} = B'H'.C'H' \Rightarrow h^{۲} = ۳x = ۳۶ \Rightarrow x = ۱۲$$

۵۴ گزینه‌ی (۴). چهارضلعی ANDM متوازی الاضلاع است. چهار ضلعی که قطر آن نیم‌ساز باشد لوزی است؛ پس اقطار برهم عمودند و اضلاع باهم برابرند؛ ولی لزوماً قطرها برابر نیستند.

۵۵ گزینه‌ی (۲). می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه‌ی ۷۵° داشته باشد. ارتفاع وارد بر وتر، ربع وتر است:

$$AH = \frac{BC}{۴} \Rightarrow S = \frac{AH \times BC}{۲} = \frac{BC^{۲}}{۸} \Rightarrow$$

$$\frac{BC^{۲}}{۸} = ۸ \Rightarrow BC^{۲} = ۶۴ \Rightarrow BC = ۸$$

۵۶ گزینه‌ی (۱).

$$\Delta ABE \sim \Delta DAC$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۳} = \frac{۹}{x}$$

$$\Rightarrow x^{۲} = ۲۷ \Rightarrow x = ۳\sqrt{۳}$$

۵۷ گزینه‌ی (۳).

$$\Delta BMH \sim \Delta BDC$$

$$\Rightarrow \frac{\text{محیط } BMH}{\text{محیط } BDC} = \frac{BM}{BD}$$

و می‌دانیم $BD = \sqrt{۲}$

$$\sqrt{۲}\left(۲BM\right) \Rightarrow \frac{BM}{BD} = \frac{\sqrt{۲}}{۴}$$

۵۸ گزینه‌ی (۴).

$$\overset{\Delta}{ABH}: \begin{pmatrix} H = ۹۰^\circ \\ A = ۳۰^\circ \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} BH = \frac{۱}{۲}AB = \frac{۱}{۲}\times ۸ = ۴ \\ AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AB = \frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۸ = ۴\sqrt{۳} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AC = ۲AH = ۸\sqrt{۳} \\ BD = ۲BH = ۸ \end{cases}$$

$$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}AC.BH = \frac{۱}{۲}۸\sqrt{۳\times ۸} = ۳۲\sqrt{۳}$$

۵۹ گزینه‌ی (۲).

رابطه‌ی فیثاغورث برقرار است:

$$\begin{cases} ۲۵^۲ = ۶۲۵ \\ ۲۴^۲ + ۷^۲ = ۵۷۶ + ۴۹ = ۶۲۵ \end{cases} \Rightarrow ۲۵^۲ = ۲۴^۲ + ۷$$

مثلث قائم الزاویه است⇐ فقط۲ زاویه حاده می‌باشد.

۶۰ گزینه‌ی (۴).

$$s = \frac{۱}{۲}x.y = ۱۶x.y = ۳۲$$
$$x + y = ۱۲$$
$$z^۲ = x^۲ + y^۲ = \left(x + y\right)^۲ - ۲xy$$
$$= ۱۲^۲ - ۲\times ۳۲$$
$$\Rightarrow z = \sqrt{۸۰} = ۴\sqrt{۵}$$

۶۱ گزینه‌ی (۲).

$$s = \frac{۱}{۲}AD.DC$$

$$DC = h = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AB = \left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^۲ = \frac{۳}{۴}$$

$$S = \frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۲}\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right).\frac{۳}{۴} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۳۲}$$

۶۲ گزینه‌ی (۴).

$$s = \frac{۱}{۲}h.AC = \frac{۱}{۲}\times h\times ۱۰$$
$$\Rightarrow ۱۵ = \frac{۱}{۲}h\times ۱۰ \rightarrow h = ۳$$
$$AH^۲ = AB^۲ - BH^۲ \rightarrow AH = ۴$$
$$\Rightarrow CH = ۶$$
$$BH^۲ + CH^۲ = BC^۲ = ۹ + ۳۶ = ۴۵ \rightarrow BC = ۳\sqrt{۵}$$

۶۳ گزینه‌ی (۳).

۶۴ گزینه‌ی (۱).

۶۵ گزینه‌ی (۲).