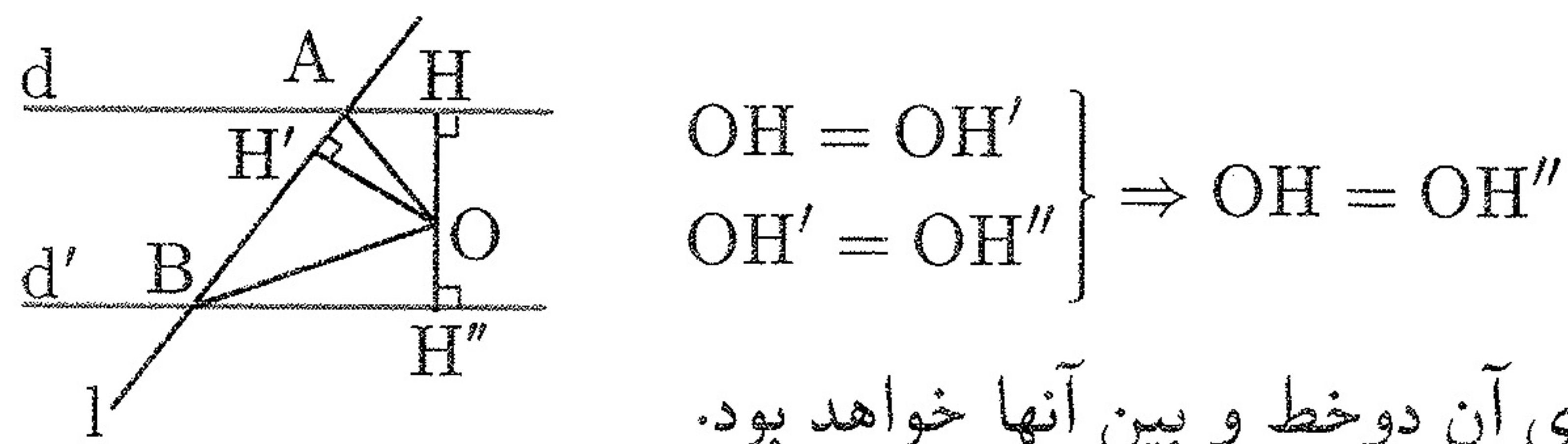
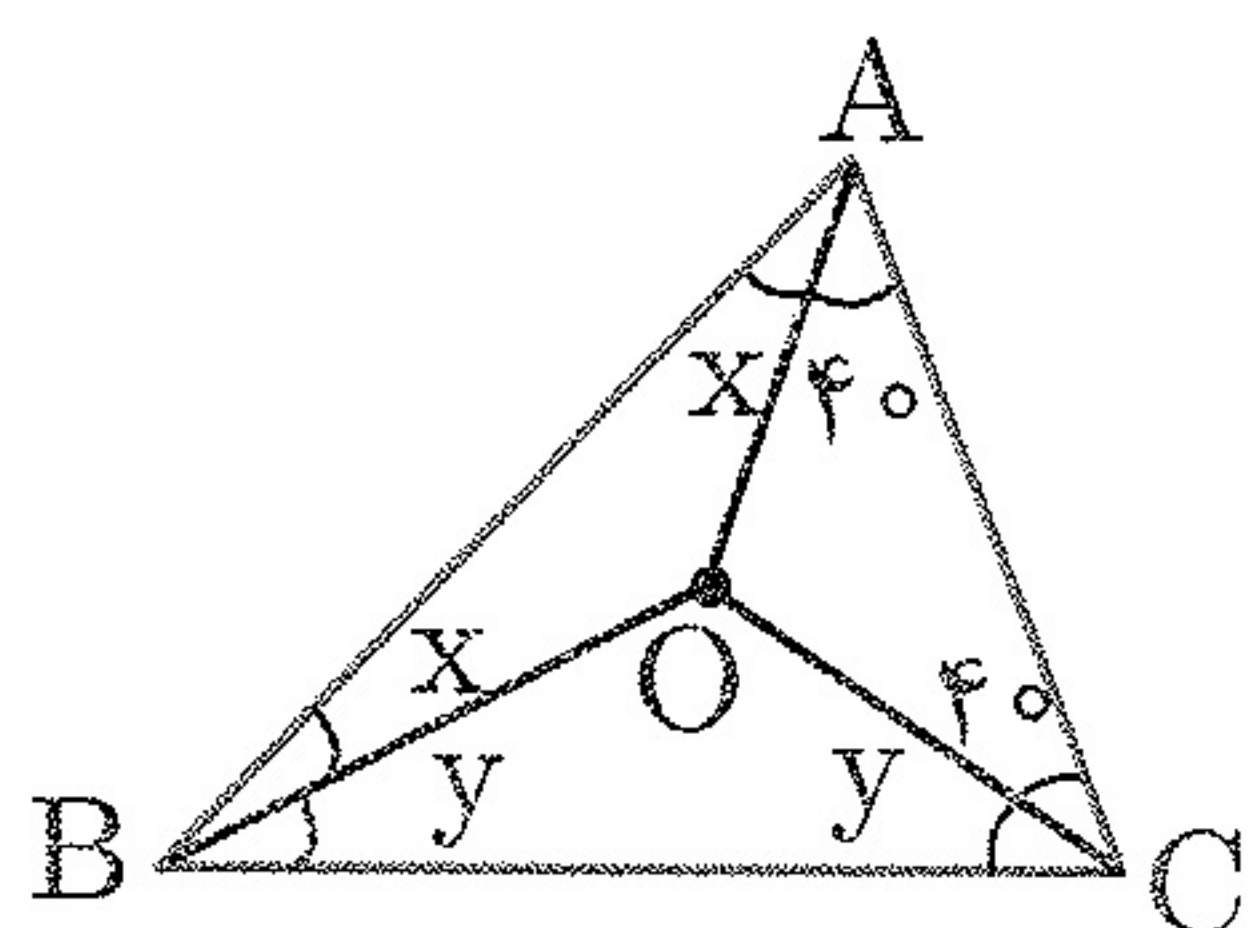


۱. گزینه‌ی (۱). از O محل برخورد نیمسازهای A و B سه عمود OH، OH' و OH'' را بر خطوط وارد می‌کنیم. می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دوضلع زاویه به یک فاصله است. پس:



- پس O از دوخط d و d' به یک فاصله است و مسیر حرکت آن خطی موازی آن دوخط و بین آنها خواهد بود.
۲. گزینه‌ی (۱). دایره‌ی محیطی، دایره‌ای است که از سه رأس مثلث می‌گذرد و باید مرکز آن از سه رأس مثلث به یک فاصله باشد. بنابراین مرکز دایره محیطی در یک مثلث همان محل برخورد عمود منصف‌هاست. در شکل زیر ابتدا از O به دو رأس دیگر وصل می‌کنیم. طبق خاصیت مرکز دایره‌ی محیطی داریم:



$$OA = OB = OC$$

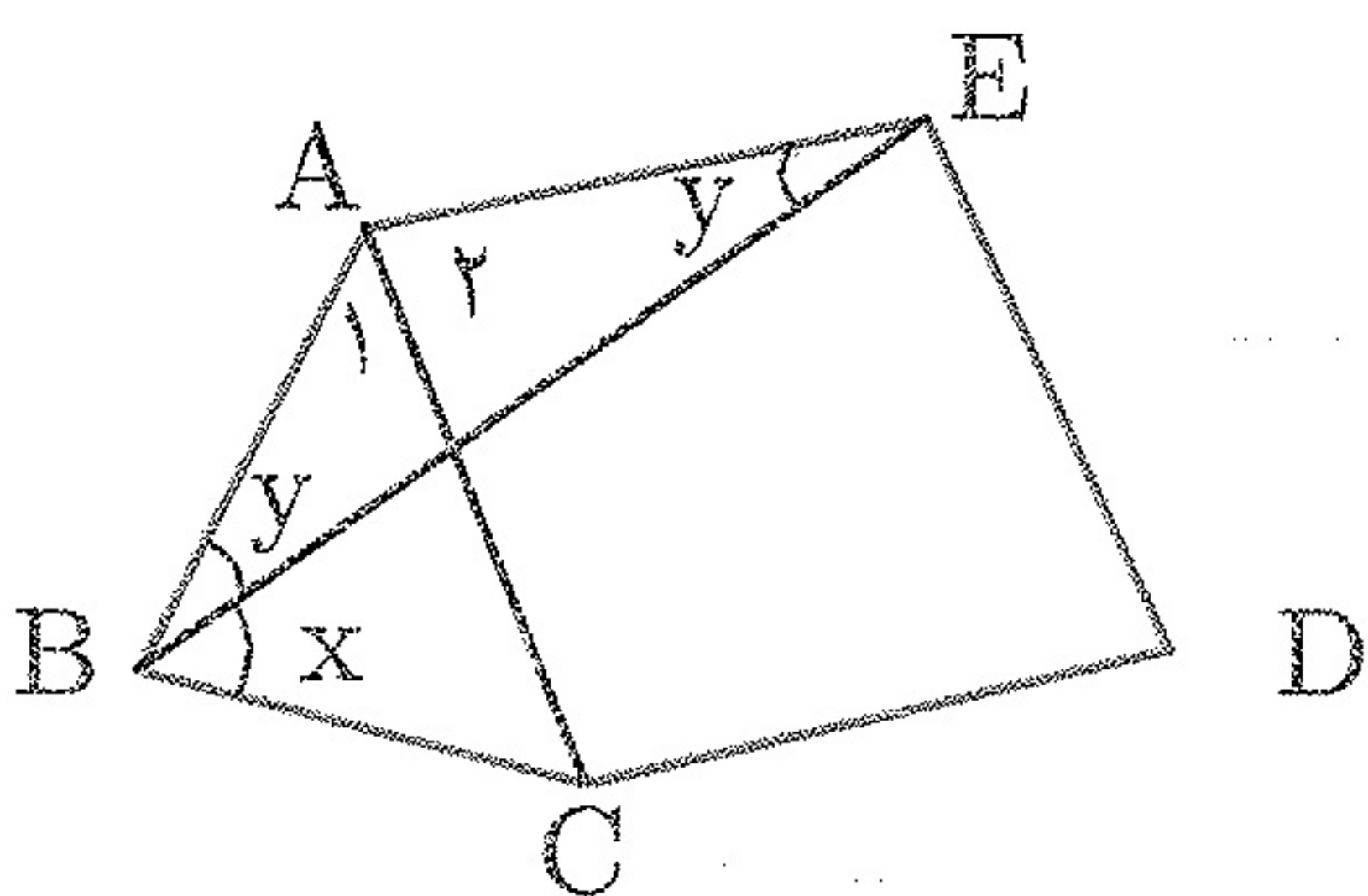
بنابراین هر سه مثلث OAB و OAC و OBC متساوی الساقین هستند و داریم:

$$2x + 2y + 80 = 180 \Rightarrow 2x + 2y = 100 \Rightarrow x + y = 50 \Rightarrow \hat{B} = 50^\circ$$

$$180 - A = 4A \Rightarrow A = \frac{180}{5} = 36 \Rightarrow 90 - A = 54$$

۳. گزینه‌ی (۲).

۴. گزینه‌ی (۳). با توجه به شکل $\hat{C} = \hat{B} = x + y$ پس زاویه‌ی A_1 از مثلث ABC برابر است با: $\hat{A}_1 = 180 - 2(x + y)$ و در مثلث ABE می‌توان نوشت:



$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + y + y = 180$$

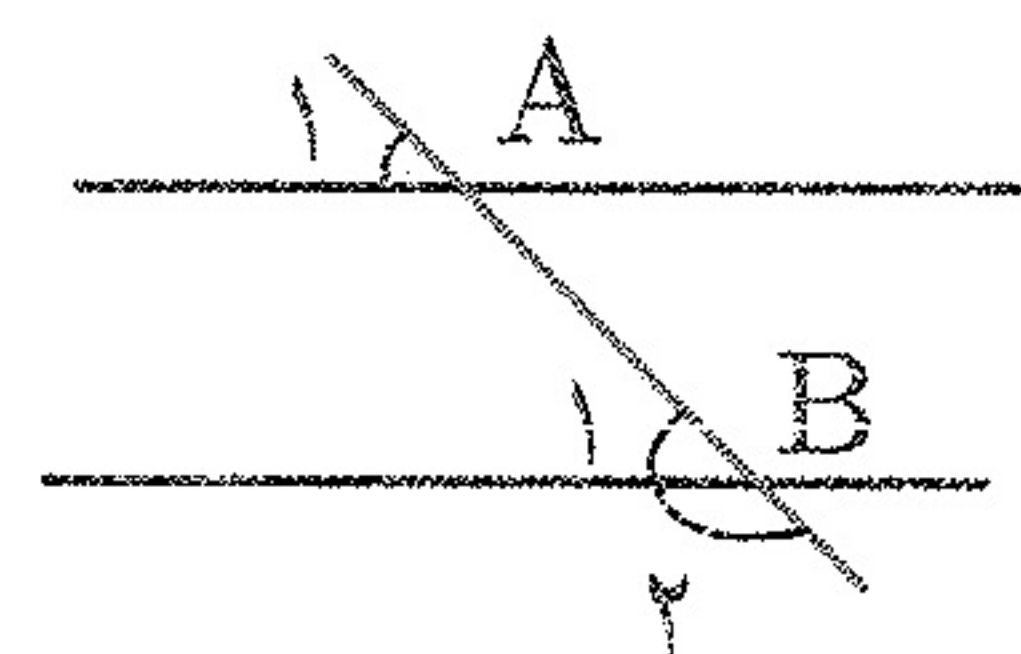
در نتیجه:

$$180 - 2x - 2y + 90 + 2y = 180 \Rightarrow x = 45^\circ$$

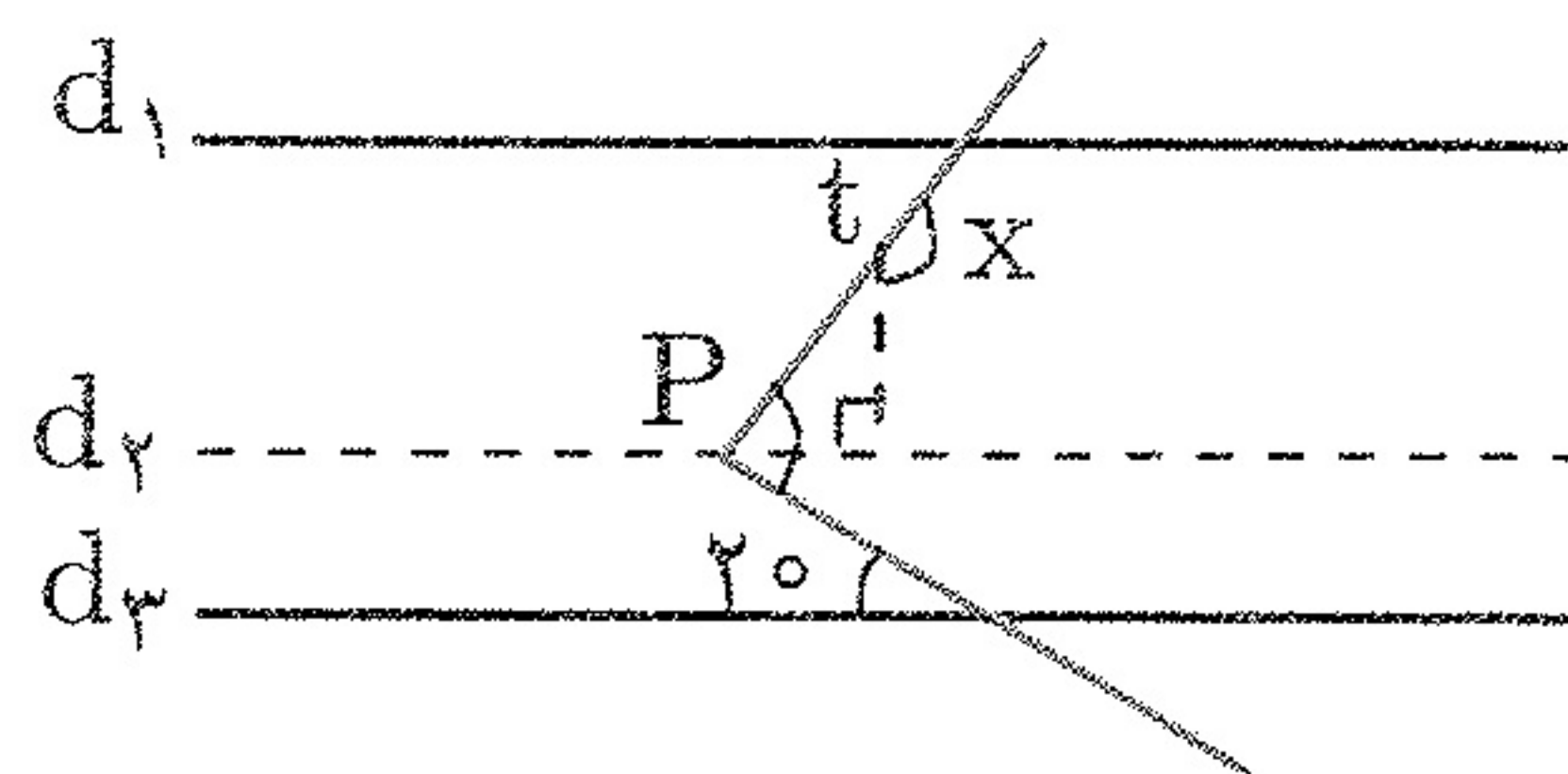
۵. گزینه‌ی (۱).

مثلاً در شکل مقابل، زوایای $\hat{A}_1$ و $\hat{B}_1$ و نیز $\hat{A}_2$ و $\hat{B}_2$ اضلاع موازی دارند.

$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 180^\circ \text{ و در مورد دوم } \hat{A}_1 = \hat{B}_1$$



۶. گزینه‌ی (۳). می‌دانیم مجموع زوایای یک پنج ضلعی منتظم 540° است و بنابراین هر زاویه آن 108° خواهد بود. از طرفی قطرهای زاویه‌ی رأس را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنند و زاویه‌ی بین دو قطر $36^\circ = \frac{108^\circ}{3}$ است.



۷. گزینه‌ی (۳).

$$d_1 \parallel d_2 \Rightarrow \hat{P}_1 = 20$$

$$\hat{P} = 70 \Rightarrow \hat{P} = \hat{P}_1 + \hat{P}_2 \Rightarrow 70 = 20 + \hat{P}_2 \Rightarrow \hat{P}_2 = 50$$

d_1 را موازی d_2 رسم می‌کنیم. پس:

$$\triangle PtH: \hat{P}_2 + \hat{H} + \hat{t}_1 = 180 \Rightarrow 50 + 90 + \hat{t}_1 = 180 \Rightarrow \hat{t}_1 = 40$$

$$\hat{t}_1 + x = 180 \Rightarrow x = 140^\circ$$

۸. گزینه‌ی (۲).

۹. گزینه‌ی (۱).

۱۰ گزینه‌ی (۴).

۱۱ گزینه‌ی (۴).

۱۲ گزینه‌ی (۲).

۱۳ گزینه‌ی (۲).

۱۴ گزینه‌ی (۲).

$$\hat{A} = \hat{B}, \hat{D} = \hat{C}$$

$$\hat{D} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \frac{2}{5}x + \frac{1}{5}x = 180^\circ \Rightarrow \frac{3}{5}x = 180^\circ \Rightarrow x = 300^\circ \Rightarrow \hat{A} = \frac{2}{5}x = 120^\circ$$

۱۵ گزینه‌ی (۲).

$$\alpha + \beta = 100^\circ$$

$$(90^\circ - \alpha) + (90^\circ - \beta) = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 80^\circ$$

۱۶ گزینه‌ی (۴). مجموع زاویه‌ی داخلی هر n ضلعی برابر $(n-2) \times 180^\circ$ است. یعنی مضرب 180° می‌باشد. در این گزینه‌ها تنها مجموع گزینه ۴ و 1382 برابر 1440° می‌شود که مضرب 180° است.

$$(1440^\circ = 8 \times 180^\circ)$$

۱۷ گزینه‌ی (۳).

$$\hat{D}_1 + \hat{D}_r = \hat{M}_1 + \hat{B}$$

$$\hat{D}_1 + \hat{D}_r + \hat{D}_r + \hat{D}_r = \hat{M}_1 + \hat{S}_1 + \hat{C} + \hat{B} \quad \hat{D}_r + \hat{D}_r = \hat{S}_1 + \hat{C}$$

$$180^\circ + \hat{D}_r = \hat{M}_1 + \hat{S}_1 + \hat{B} + \hat{C}$$

$$\hat{D}_r = \hat{M}_1 + \hat{S}_1 + (180^\circ - 70^\circ) - 180^\circ \Rightarrow \hat{D}_r = \hat{M}_1 + \hat{S}_1 - 70^\circ \Rightarrow$$

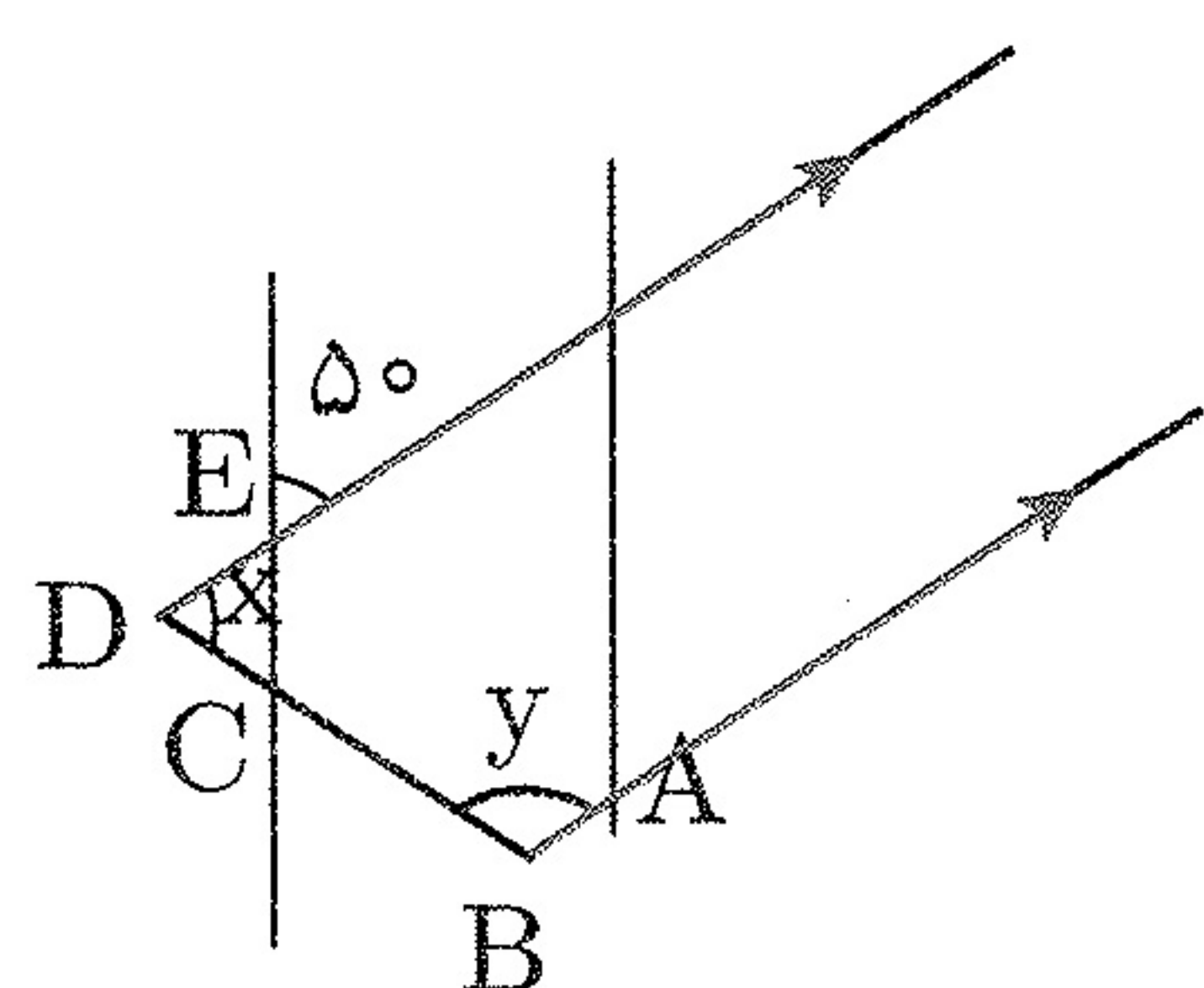
$$\hat{D}_r = \hat{D}_r + \hat{D}_1 - 70^\circ \text{ و } \triangle CDS \text{ متساوی الساقین است.}$$

$$\Rightarrow \hat{D}_r + \hat{D}_r = \hat{D}_r + \hat{D}_r + \hat{D}_1 - 70^\circ \Rightarrow 2\hat{D}_r = 180^\circ - 70^\circ \Rightarrow \hat{D}_r = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$$

۱۸ گزینه‌ی (۱).

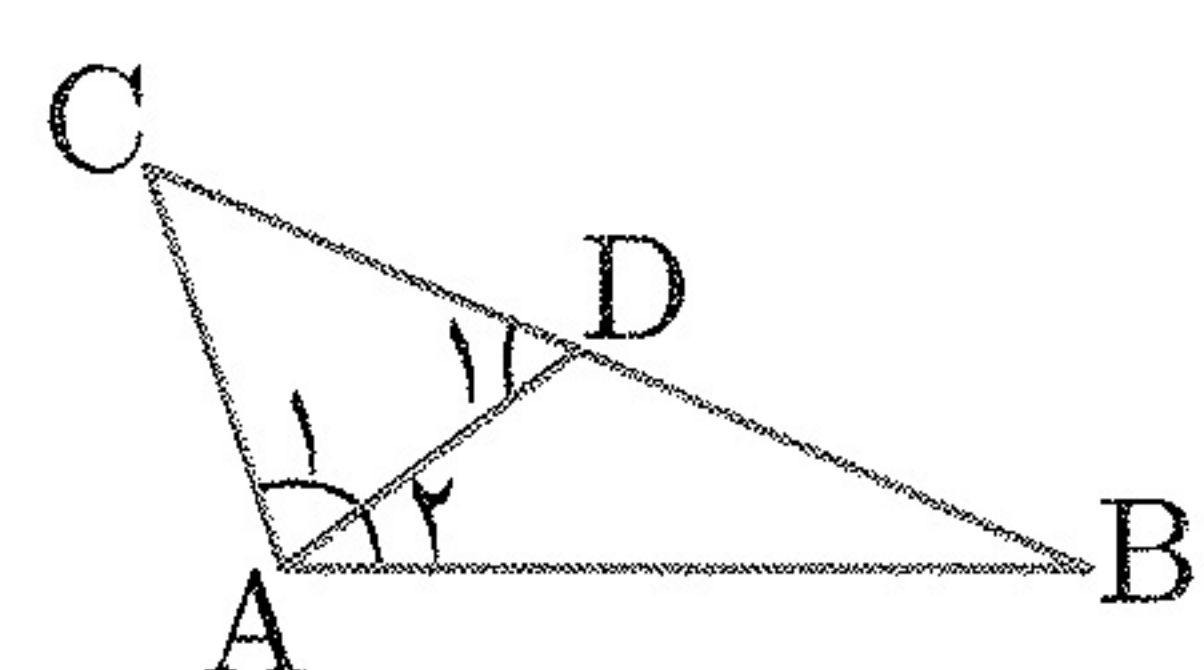
زاویه‌ی داخلی یک ۶ ضلعی منتظم برابر $\hat{G} = \hat{G} = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{360^\circ}{6} = 120^\circ$ می‌باشد. چون زوایای F_1 و G_1 با زوایای G, F مکملند پس هر کدام برابر 60° خواهند شد که در مثلث AFG برای زاویه‌ی A داریم: $\hat{A} = 180^\circ - (F_1 + G_1) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ پس هر کدام از زوایای C, B, A برابر 60° خواهند شد و مجموع آن‌ها 180° می‌شود.

۱۹ گزینه‌ی (۴).



پیکان‌های هم‌جهت موازی بوده و DB خطی مورب است پس همواره دو زاویه‌ی y, x مجموعی برابر 180° خواهند داشت. ($\hat{E} = 50^\circ$ یک داده‌ی اضافی مسئله است)

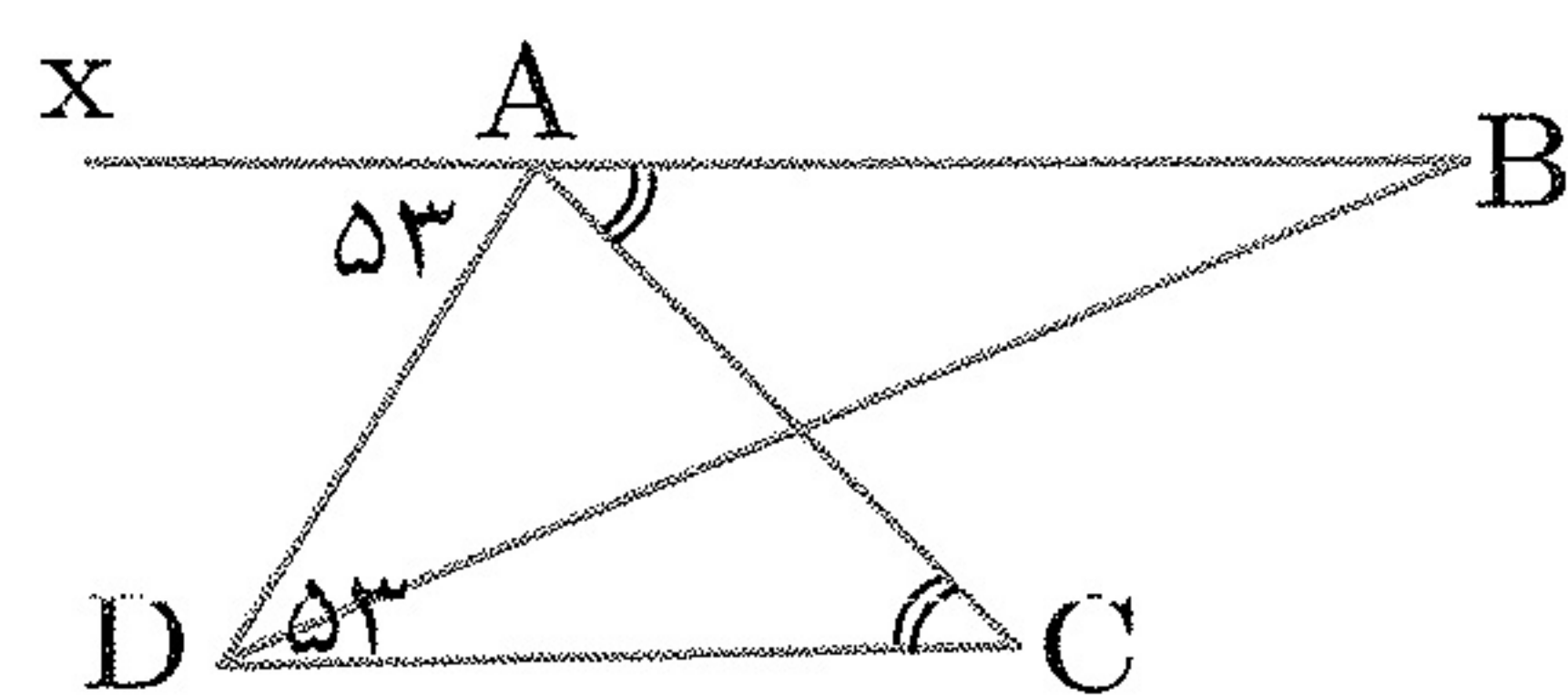
۲۰ گزینه‌ی (۲).



$$\left. \begin{array}{l} AC = CD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{D}_1 = \hat{A}_1 + \hat{B} \text{ (زاویه‌ی خارجی)} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_r + \hat{B} \quad (1)$$

$$\widehat{A}_1 + \widehat{A}_r - \widehat{B} = 30^\circ \xrightarrow{(1)} \widehat{A}_r + \widehat{B} + \widehat{A}_r - \widehat{B} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{A}_r = 15^\circ$$

۲۱ گزینه‌ی (۱). در شکل مقابل، $\widehat{CAB} = \widehat{DCA}$ است پس $AB \parallel CD$ خواهد بود.



$$\begin{aligned} \rightarrow \widehat{CDA} &= \widehat{DAX} = 53^\circ \\ \rightarrow \widehat{BAD} + \widehat{CAD} &= 180^\circ \\ \rightarrow \widehat{BAD} &= 127^\circ \end{aligned}$$

۲۲ گزینه‌ی (۲).

زاویه‌ی اصلی a

$$180^\circ - a = 80^\circ + a \Rightarrow 180^\circ - 80^\circ = 2a \rightarrow 100^\circ = 2a \Rightarrow a = 50^\circ$$

$$a \Rightarrow 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ \text{ متمم}$$

۲۳ گزینه‌ی (۱).

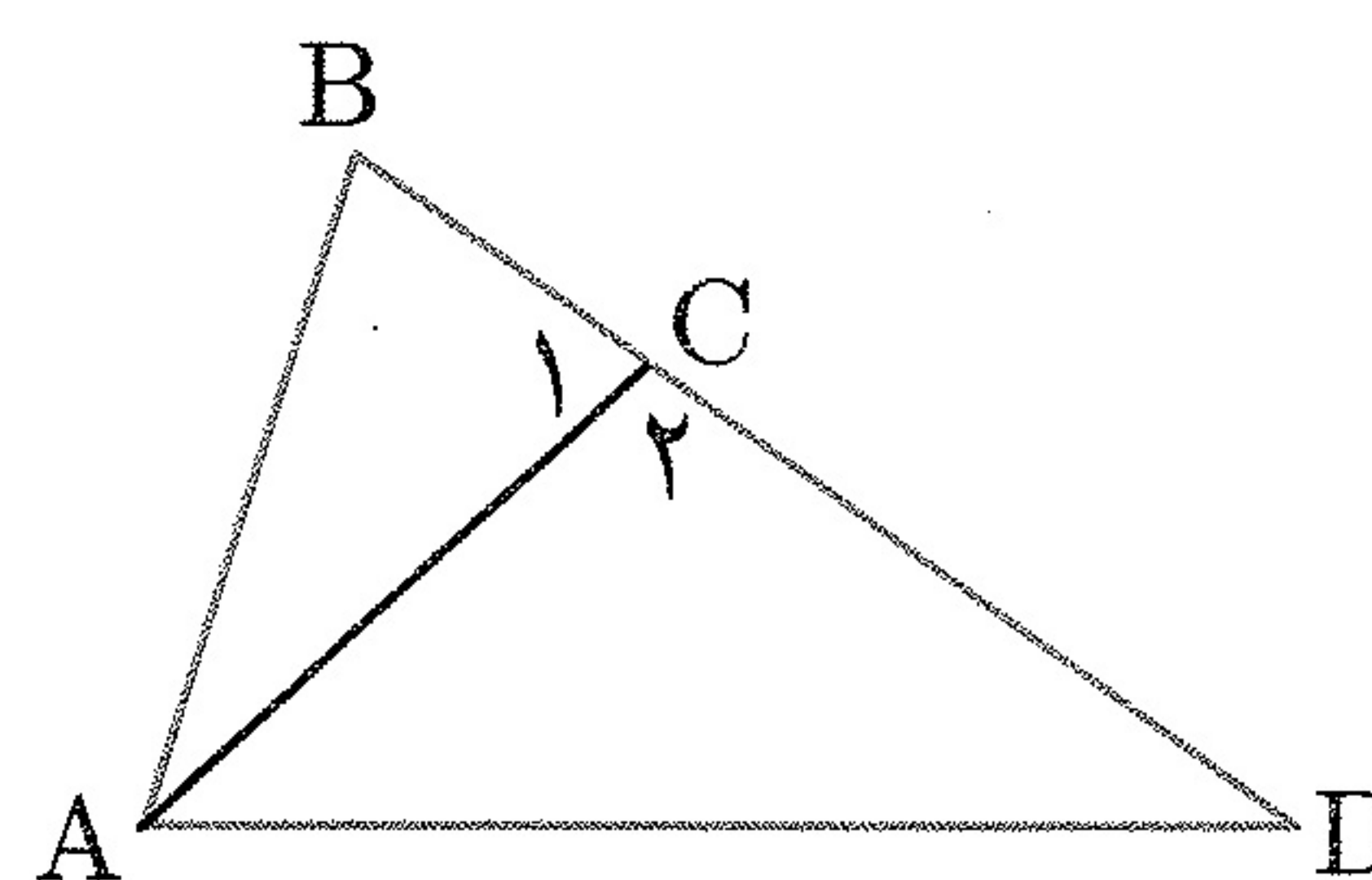
۲۴ گزینه‌ی (۲).

۲۵ گزینه‌ی (۲).

۲۶ گزینه‌ی (۳).

۲۷ گزینه‌ی (۳).

$$\begin{aligned} AB = AC &\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C}_1 \\ AC = CD &\Rightarrow \widehat{A}_r = \widehat{D} \\ \widehat{C}_1 &= \widehat{A}_r + \widehat{D} = 2\widehat{A}_r \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{D} = \widehat{A}_r \\ &\Rightarrow (\widehat{A}_1 + \widehat{A}_r) + \widehat{A}_r + (\widehat{A}_1 + \widehat{A}_r) = 180^\circ \\ &\Rightarrow 5\widehat{A}_r = 180^\circ \Rightarrow \boxed{\widehat{A}_r = 36^\circ = \widehat{ADC}} \end{aligned}$$



۲۸ گزینه‌ی (۳).

$$\text{اندازه‌ی زاویه‌ی محاطی} = \frac{\text{کمان روبه‌رو}}{2} = \frac{\frac{36^\circ}{8} \times 3}{2} = \frac{135}{2} = 67.5$$

۲۹ گزینه‌ی (۲).

$$\widehat{AEB} = 4x \Rightarrow \widehat{ABE} = 5x \quad \widehat{A} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AEB} + \widehat{ABE} = 90^\circ \quad 4x + 5x = 90^\circ \Rightarrow x = 10^\circ$$

$$AB \parallel ED \Rightarrow \widehat{BED} = \widehat{ABE} = 5x = 50^\circ$$

$$\text{دورزنقه } BECD \Rightarrow \widehat{BCD} + \widehat{BED} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BCD} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

۳۰ گزینه‌ی (۲).

$$\widehat{D}_1 = \widehat{A}_1 + \widehat{B} = \frac{\widehat{A}}{2} + \widehat{B}$$

$$\text{AHD: } \widehat{A}_r + \widehat{D}_1 = 90^\circ \rightarrow \frac{\widehat{A}}{2} + \widehat{B} + \widehat{A}_r = 90^\circ$$

$$\text{ABC: } \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \rightarrow \frac{\widehat{A}}{2} + \frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2}$$

$$= \frac{\widehat{A}}{2} + \widehat{B} + \frac{\widehat{C} - \widehat{B}}{2} = 90^\circ$$

$$\widehat{A}_r = \frac{\widehat{C} - \widehat{B}}{2}$$

$$\widehat{A}_r = \frac{80^\circ - 40^\circ}{2} = 20^\circ$$

زاویه خارجی

۳۱ گزینه‌ی (۳).

زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} AM = AD \\ CM = AB \\ \widehat{M}_1 = \widehat{A}_1 \Rightarrow 180^\circ - \widehat{M}_1 = 180^\circ - \widehat{A}_1 \Rightarrow \widehat{M}_r = \widehat{A}_r \\ \Rightarrow AMC \cong ABD \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{A}_r \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{C} + \widehat{D} = \widehat{C} + \widehat{A}_r \\ \widehat{M} = \widehat{C} + \widehat{A}_r \\ \widehat{M}_1 = \frac{180^\circ - \widehat{B}_1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{C} + \widehat{D} = \frac{180^\circ - \widehat{B}_1}{2} = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$$

۳۲ گزینه‌ی (۳).

۳۳ گزینه‌ی (۱).

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{ABE}_{\text{متساوی الساقین}} \rightarrow EA = AB = a \\ \underbrace{DCE}_{\text{متساوی الساقین}} \rightarrow ED = DC = a \end{array} \right\} , AD = a \Rightarrow \triangle ADE \text{ متساوی الساقین}$$

$$x + 30^\circ = 60^\circ \rightarrow x = 30^\circ$$

۳۴ گزینه‌ی (۳).

۳۵ گزینه‌ی (۲).

۳۶ گزینه‌ی (۱).