

- ۱ گزینه‌ی (۴).
 ۲ گزینه‌ی (۳).
 ۳ گزینه‌ی (۳).
 ۴ گزینه‌ی (۲).
 ۵ گزینه‌ی (۳).
 ۶ گزینه‌ی (۲).
 ۷ گزینه‌ی (۲).

y می‌تواند تنها مقدار ۱ را اختیار کند و x مقادیر ۱ و ۲ را اختیار می‌کند.

x	y	$\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$
۱	۱	۰
۲	۱	$-\frac{1}{2}$

 $\Rightarrow \begin{cases} A = \{-\frac{1}{2}, 0\} \\ \text{زیر مجموعه‌های } A \end{cases} = 2^2 = 4$

- ۸ گزینه‌ی (۲).
 ۹ گزینه‌ی (۲).
 ۱۰ گزینه‌ی (۳).

$$A = \{\textcircled{1}, 2, 3, 4\}$$

$$C = \{\textcircled{-7}, -6, \dots, -1\}$$

$$B = \{ \}$$

$$D = \{7, 6, 5, \dots, \textcircled{1}\}$$

- ۱۱ گزینه‌ی (۲).

مربع اعداد ۴، ۳، ۲، -۴، -۳، -۲ بین ۲۵ و ۱ قرار دارد اگر $x - 2$ را مساوی این اعداد قرار دهیم مقادیر x بدست می‌آید.
 $x = \{6, 5, 4, -2, -1, 0\}$ و حاصل جمع این اعداد برابر ۱۲ است.

- ۱۲ گزینه‌ی (۲).

$$2^{K+2} + 64 = 10 \times 2^K$$

$$64 = 10 \times 2^K - 2^K \times 8$$

$$64 = 2 \times 2^K \Rightarrow 2^K = 32 \Rightarrow K = 5$$

و هر مجموعه‌ی ۵ عضوی دارای ۵ زیرمجموعه‌ی ۴ عضوی است. زیرا در هر باریکی از اعضا در نظر گرفته نمی‌شود.

- ۱۳ گزینه‌ی (۲).

$$d = \frac{10^{10}}{\underbrace{1 + 10 + 10^2 + \dots + 10^9}_A} \Rightarrow 10A = \underbrace{10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^9 + 10^{10}}_{A-1}$$

$$\Rightarrow 10A - A + 1 = 10^{10} \Rightarrow 10^{10} = 9A + 10$$

$$d = \frac{9A + 10}{A} = \frac{9A}{A} + \frac{10}{A} = 9 + \frac{10}{A} \approx 9$$

- ۱۴ گزینه‌ی (۳).

$$\begin{cases} x^2 = 8 \Rightarrow x = 2 \\ x - y - 1 = -3 \Rightarrow 2 - y - 1 = -3 \Rightarrow y = 4 \\ \Rightarrow x \cdot y = 2 \times 4 = 8 \end{cases}$$

۱۵ گزینه‌ی (۴).

$$A_1 = \{1, 4\}, A_2 = \{1, 4, 2\}, A_3 = \{1, 4, 3\}, \dots, A_{16} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

در واقع با حذف عنصرهای ۱ و ۴، اعضای دیگر شامل ۴ عضو است.
 2^4 زیرمجموعه می‌توان ایجاد نمود که در هر زیر مجموعه، عضوهای ۱ و ۴ اضافه شده‌اند.

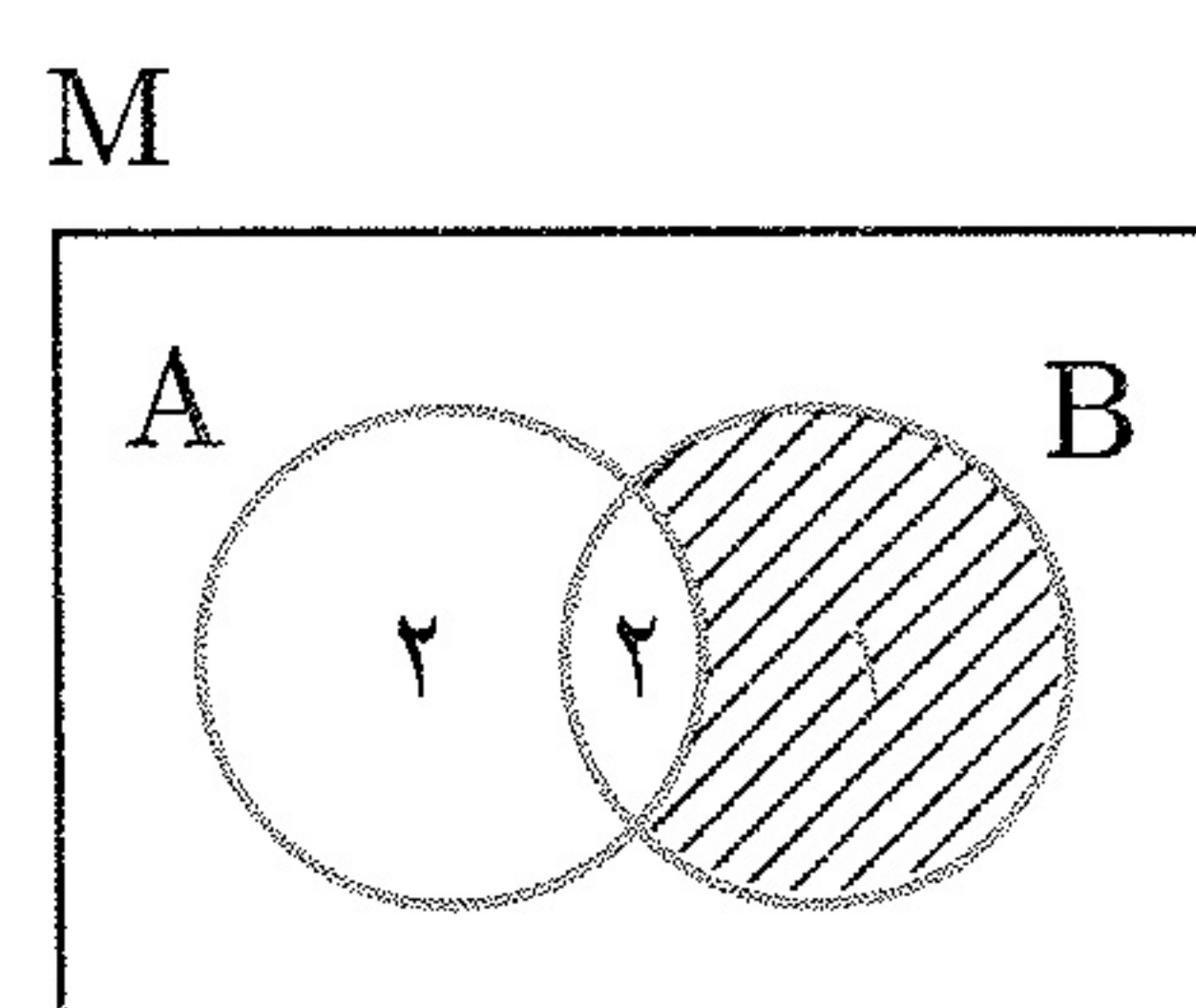
۱۶ گزینه‌ی (۲).

$$A = \{2, 3, 5, 7\}, B = \{2, 4, 6, 8\}, A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

۱۷ گزینه‌ی (۲).

$$A = \{1, 2, 4, 5\}, B = \{1, 2, 4, 6\}, A \cap B = \{1, 2, 4\} \text{ سه عضو}$$

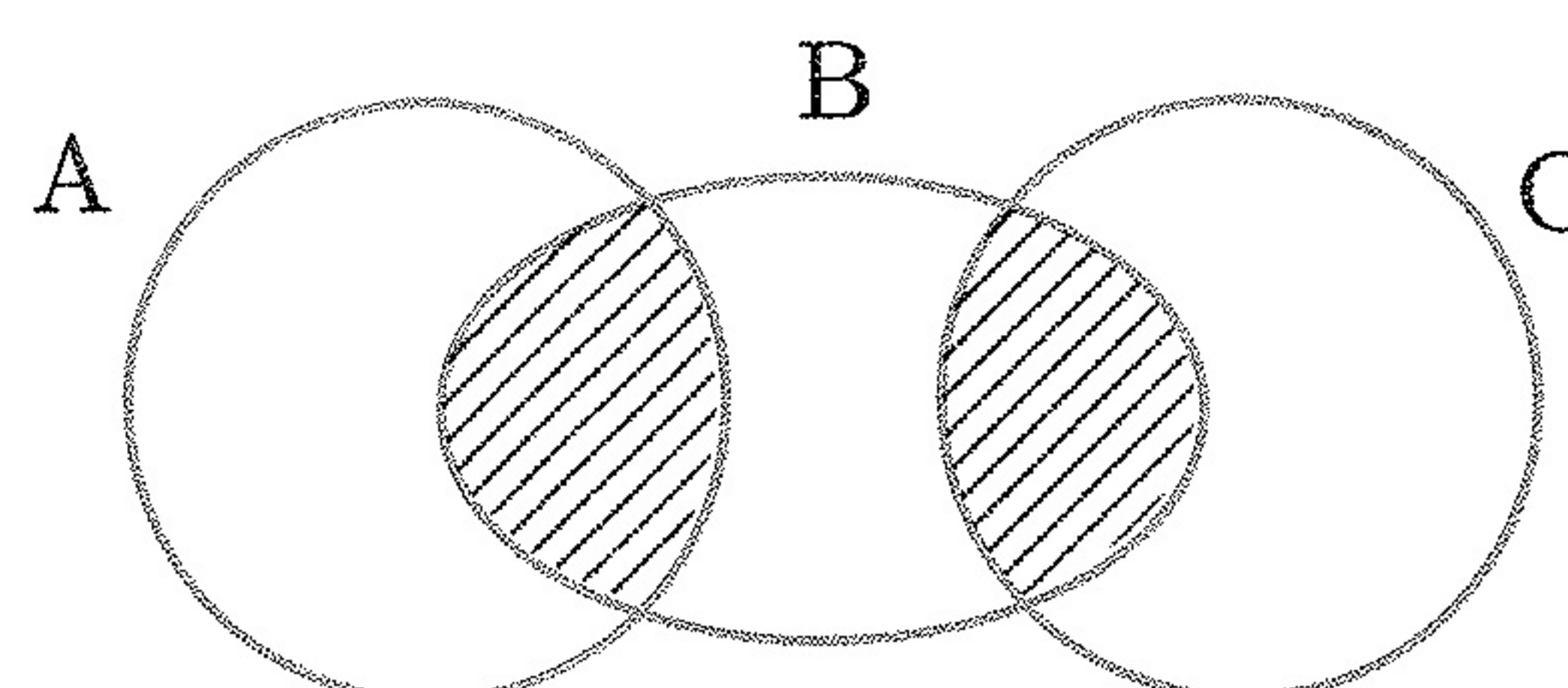
۱۸ گزینه‌ی (۴).



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B - A) \Rightarrow n(B - A) = 1$$

۱۹ گزینه‌ی (۴).

قسمت رنگی به دو صورت نمایش داده می‌شود.



$$(A \cap B) \cup (B \cap C) \text{ یا } (A \cup C) \cap B$$

۲۰ گزینه‌ی (۳).

$$A - \{1, 2, 3\} = \{4, 5\}$$

$$A = \{4, 5\}, A_2 = \{4, 5, 1\}, A_3 = \{4, 5, 2\}, A_4 = \{4, 5, 3\}$$

$$A_5 = \{4, 5, 1, 2\}, A_6 = \{4, 5, 1, 3\}, A_7 = \{4, 5, 2, 3\}, A_8 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

۲۱ گزینه‌ی (۲).

در گزینه‌ی (۲) بین دو عدد صحیح متوالی بی‌نهایت عدد گویا وجود دارد.

۲۲ گزینه‌ی (۳).

نامتناهی اشتراکش با متناهی برابر متناهی است.
 نامتناهی اجتماعش با متناهی برابر نامتناهی است.
 متناهی = نامتناهی - متناهی
 نامشخص = متناهی - نامتناهی

۲۳ گزینه‌ی (۱).

$$n \in \mathbb{N}, n < 5 \Rightarrow n = 1, 2, 3, 4$$

$$A = \left\{ \frac{(-1)^1}{2(1)+3}, \frac{(-1)^2}{2(2)+3}, \frac{(-1)^3}{2(3)+3}, \frac{(-1)^4}{2(4)+3} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{-1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{-1}{9}, \frac{1}{11} \right\}$$

۲۴ گزینه‌ی (۴).

$$B \cup C = \{3, 4, 5\} \cup \{0, 1, 2, 3\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

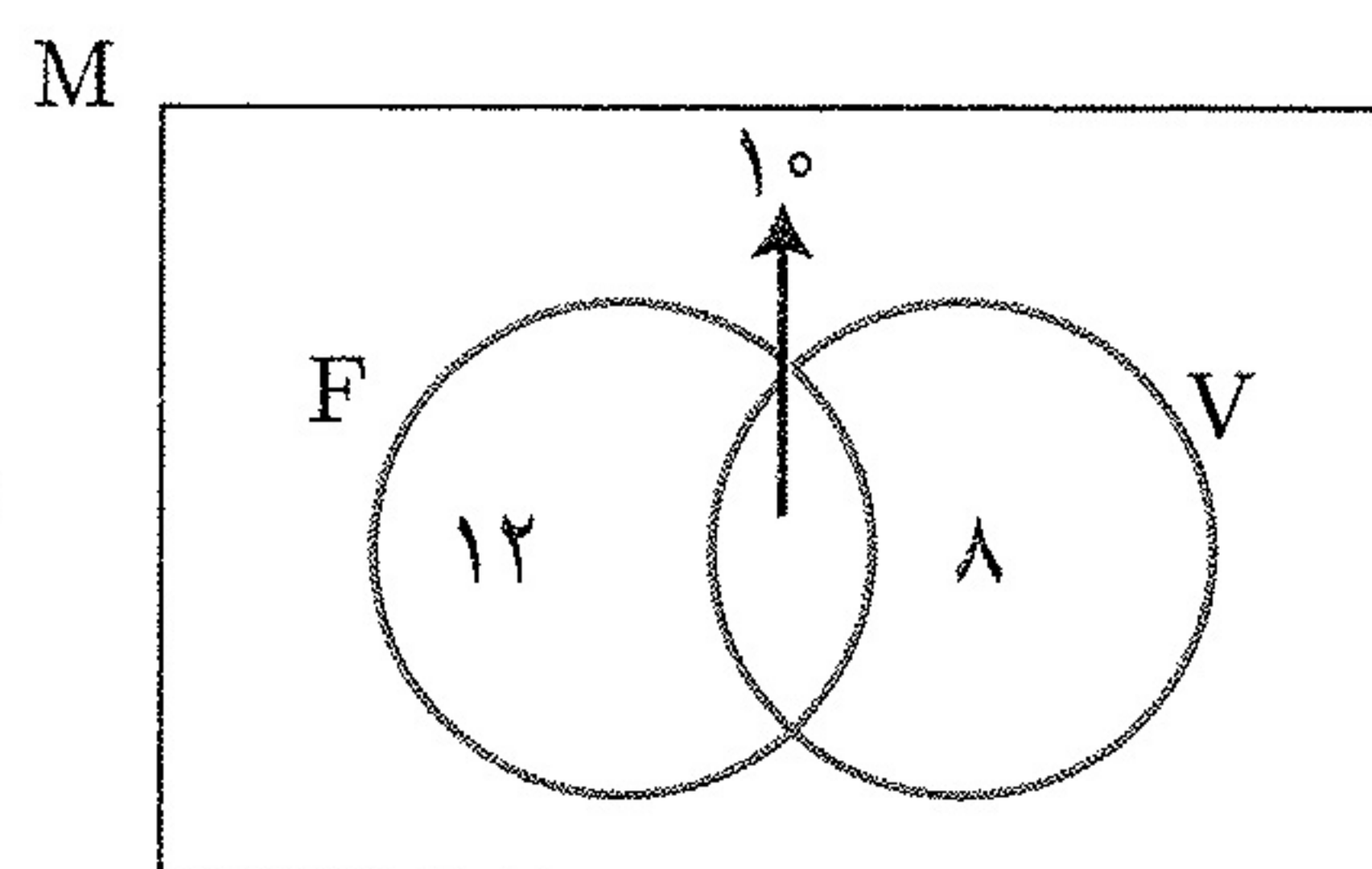
$$(B \cup C) - A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} - \{2, 4, 6, 8\} = \{0, 1, 3, 5\}$$

۲۵ گزینه‌ی (۲).

$$n(F \cup V) = n(F) + n(V) - n(F \cap V)$$

$$30 = 22 + 8 - n(F \cap V) \Rightarrow n(F \cap V) = 10$$

$$n(V - F) = 8$$



۲۶ گزینه‌ی (۲).

$$\begin{cases} A = \{0, 1\} \\ B = \{1, 4, 9\} \end{cases} \Rightarrow B - A = \{1, 4, 9\} - \{0, 1\} = \{4, 9\}$$

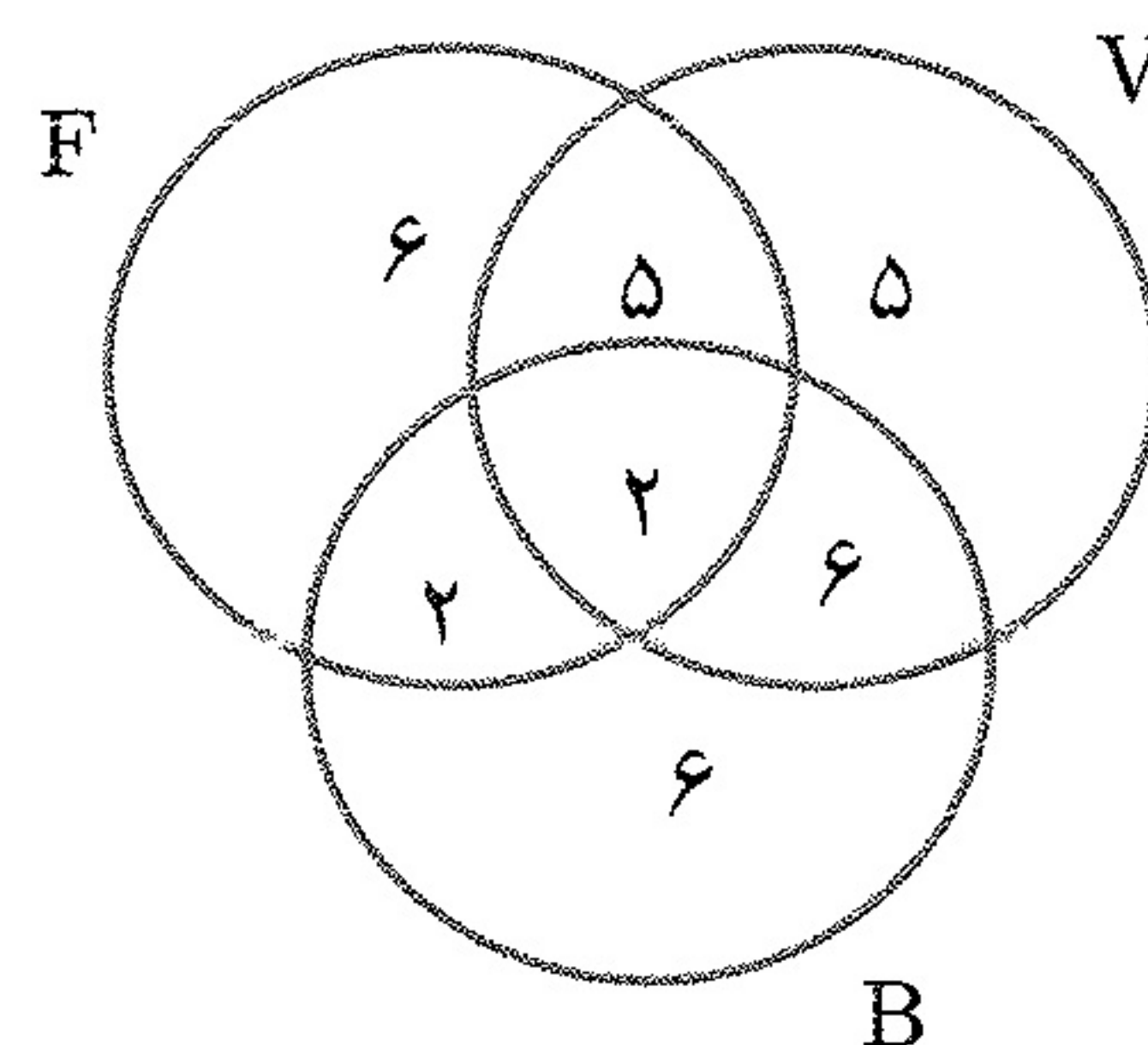
۲۷ گزینه‌ی (۲).

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$32 = 15 + 18 + 16 - 7 - 8 - 4 + x$$

$$\Rightarrow x = n(A \cap B \cap C) = 2$$

(علاقه حداقل به ۲ رشته) $\Rightarrow 2 + 5 + 6 + 2 = 15$



۲۸ گزینه‌ی (۴).

$$\{a^2, -2a, b^2\} = \{4, 8\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 4 = -2a \Rightarrow a = -2 \\ b^2 = -8 \Rightarrow b = -2 \end{cases} \Rightarrow a + 2 = -4$$

۲۹ گزینه‌ی (۱).

تک عضو $\{\phi, \{\}\} = \{\phi\}$: گزینه‌ی (الف)

تک عضو $\{x \mid x^2 \leq 0\} = \{0\}$: گزینه‌ی (ب)

جواب $\left\{x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{1}{x} > 1\right\} = \phi = \{\}$: گزینه‌ی (ج)

۳۰ گزینه‌ی (۳).

$$2^{n+3} = 48 + 2^{n+1}$$

$$2^n \times 2^3 = 48 + 2^n \times 2 = 8 \times 2^n - 2 \times 2^n = 48$$

$$\Rightarrow 6 \times 2^n = 48 \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3$$

تعداد عضو $n + 3 = 3 + 3 = 6$ بزرگتر

۳۱ گزینه‌ی (۱).

$$A = \{x \mid x \geq 5\} \Rightarrow A' = \{x \mid x < 5, x \in \mathbb{N}\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{x \mid x^2 = 4\} = \{2\} \Rightarrow -2 \notin \mathbb{N}$$

$$A' \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{2\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

۳۲ گزینه‌ی (۱).

$$A = \{x | x < 1 \text{ یا } x \geq 4\} \Rightarrow A' = \{x | 1 \leq x < 4\} = \{1, 2, 3\}$$

$$B' = \left\{x \mid \sqrt{2} < x < \frac{16}{3}\right\}, \sqrt{2} > 1, 5 < \frac{16}{3} < 6 \Rightarrow$$

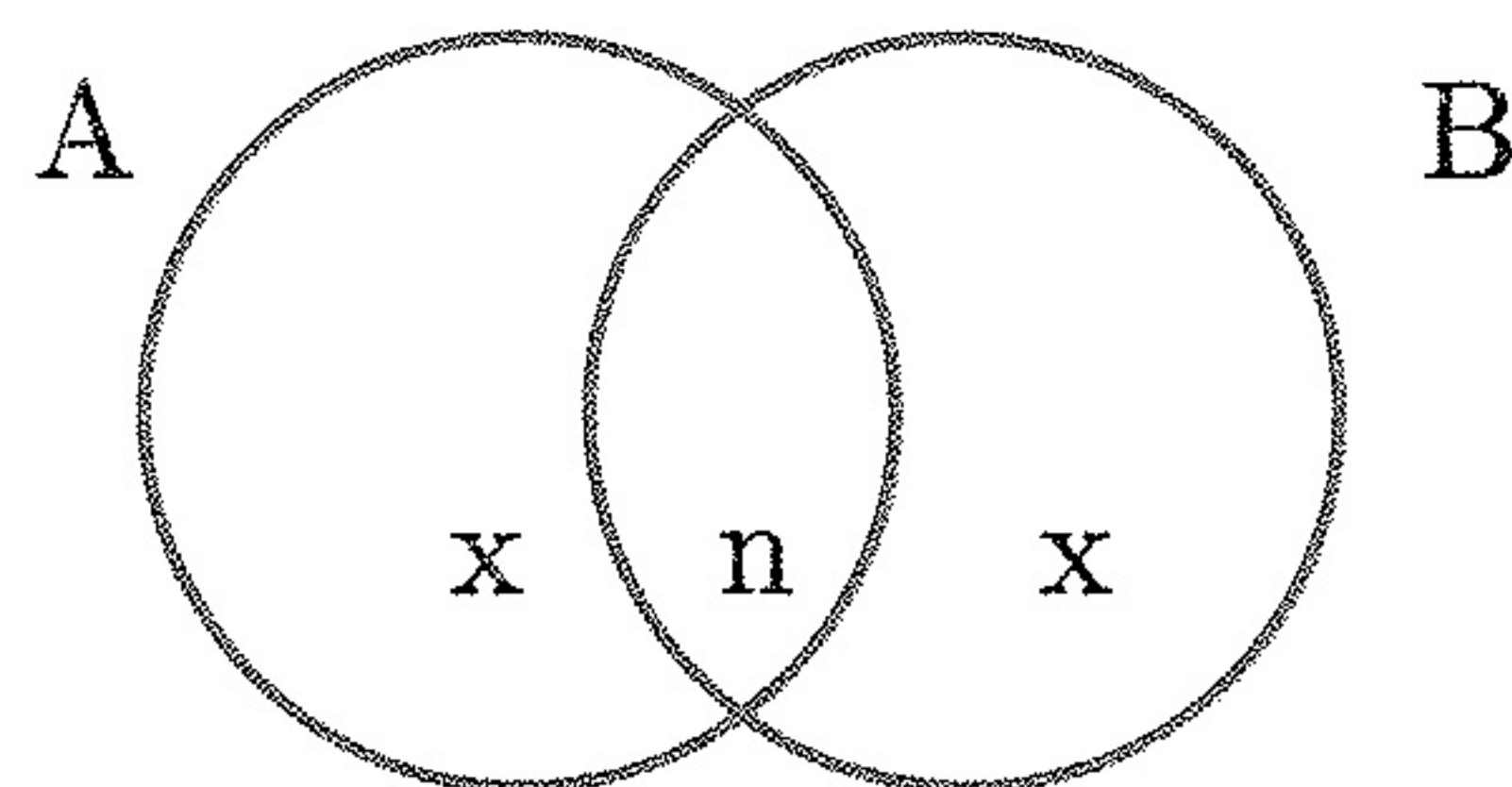
$$B' = \{x | 2 \leq x \leq 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$A' \cap B' = \{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4, 5\} = \{2, 3\}$$

۳۳ گزینه ی (۲).

$$8 + 2x = 36 \Rightarrow 2x = 28 \Rightarrow x = 14$$

$$n(A) = 14 + 8 = 22$$



۳۴ گزینه ی (۳).

$$\begin{cases} n(A) = 13 \\ n(B) = 22, n(\text{هاشورخورده}) = \text{حداکثر حالت} \\ n(C) = 29 \end{cases}$$

$$n(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C) = n(A) + n(B) + n(C) - 3 \times 8 \\ = 13 + 22 - 29 - 24 = 40$$

تذکر: حداکثر حالت زمانی است که:

$$A \cap B = A \cap C = B \cap C = A \cap B \cap C$$

۳۵ گزینه ی (۴).

$$(A \cup B) - A = B - A = A \cap B = \{4, 5, 6, 7, 8\} - \{5, 7\} = \{4, 6, 8\}$$

۳۶ گزینه ی (۴).

۳۷ گزینه ی (۳).

مجموع تعداد اعضای کتابخانه و گروه موسیقی برابر است با:

$$13 + 16 = 29$$

که نشان می دهد ۵ نفر مشترکاً عضو هر دو گروه هستند.

$$29 - 24 = 5$$

بنابراین $11 = 16 - 5$ یعنی ۱۱ نفر فقط عضو کتابخانه هستند

۳۸ گزینه ی (۲).

دو مجموعه هنگامی مساوی هستند که اعضای یکسان داشته باشند. بنابراین داریم:

$$b - a = 0 \Rightarrow b = a$$

$$a = b = \pm 1$$

و همچنین داریم: $a = \pm 1$ پس خواهیم داشت:

۳۹ گزینه ی (۲).

اگر تعداد عضو های مجموعه A را با n نشان دهیم تعداد زیر مجموعه های A برابر است با 2^n بنابراین داریم:

$$2^{n+2} - 2^n = 96 \Rightarrow 2^n(2^2 - 1) = 96 \Rightarrow 2^n = \frac{96}{3} = 32 = 2^5$$

$$\Rightarrow 2^n = 2^5 \Rightarrow n = 5$$

پس مجموعه A ، ۵ عضو دارد.

۴۰ گزینه‌ی (۲).

با توجه به اینکه عضوهای A و $\{1\}$ در هر دو مجموعه A و B وجود دارند خواهیم داشت:

$$A \cap B = \{a, \{1\}\}$$

۴۱ گزینه‌ی (۴).

۴۲ گزینه‌ی (۱).

برای آنکه داشته باشیم $-9 \leq x^2 < 9$ کفایت $-3 \leq x < 3$ باشد اما از اعداد این مجموعه باید اعدادی انتخاب شوند که دو برابرشان یک عدد صحیح است. یعنی:

$$-3, -\frac{5}{2}, -2, -\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}$$

و اگر قدرمطلق این اعداد را در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$A = \{0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}\}$$

۴۳ گزینه‌ی (۲).

روابط (ج) و (د) درست هستند.

(دو عضوی است) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$: گزینه‌ی (ب)

(الف) زیرا دارای عضو است $\{\phi\} \neq \phi$: گزینه‌ی (الف)

۴۴ گزینه‌ی (۴).

$$\begin{cases} A \subset B \Rightarrow A \cup B = B \\ A \subset B \Rightarrow B \cap B = A \\ A \subset B \Rightarrow A - B = \emptyset \end{cases}$$

۴۵ گزینه‌ی (۱).

$$2^{x+3} = 2^x + 112 = 2^{x+3} - 2^x = 112 \Rightarrow 2^x(2^3 - 1) = 112$$

$$\Rightarrow 2^x \times 7 = 112 \Rightarrow 2^x = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$\Rightarrow A = \{a, b, c, d\} \text{ چهار عضوی}$$

زیر مجموعه‌های دو عضوی: $\{a, d\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$

۴۶ گزینه‌ی (۲).

$$\bigcup_{n=1}^4 A_n = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 = \{x | 0 \leq x \leq 5\}$$

$$A_1 = \{x | 0 \leq x \leq 2\}, A_2 = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$$

$$A_3 = \{x | 2 \leq x \leq 4\}, A_4 = \{x | 3 \leq x \leq 5\}$$

۴۷ گزینه‌ی (۲).

$$A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{7, 6, 2\} = \{2\} \quad \{2\} \subset X \subset \{1, 2, 3\}$$

$$X_1 = \{2\}, X_2 = \{1, 2\}, X_3 = \{3, 2\}, X_4 = \{1, 2, 3\}$$

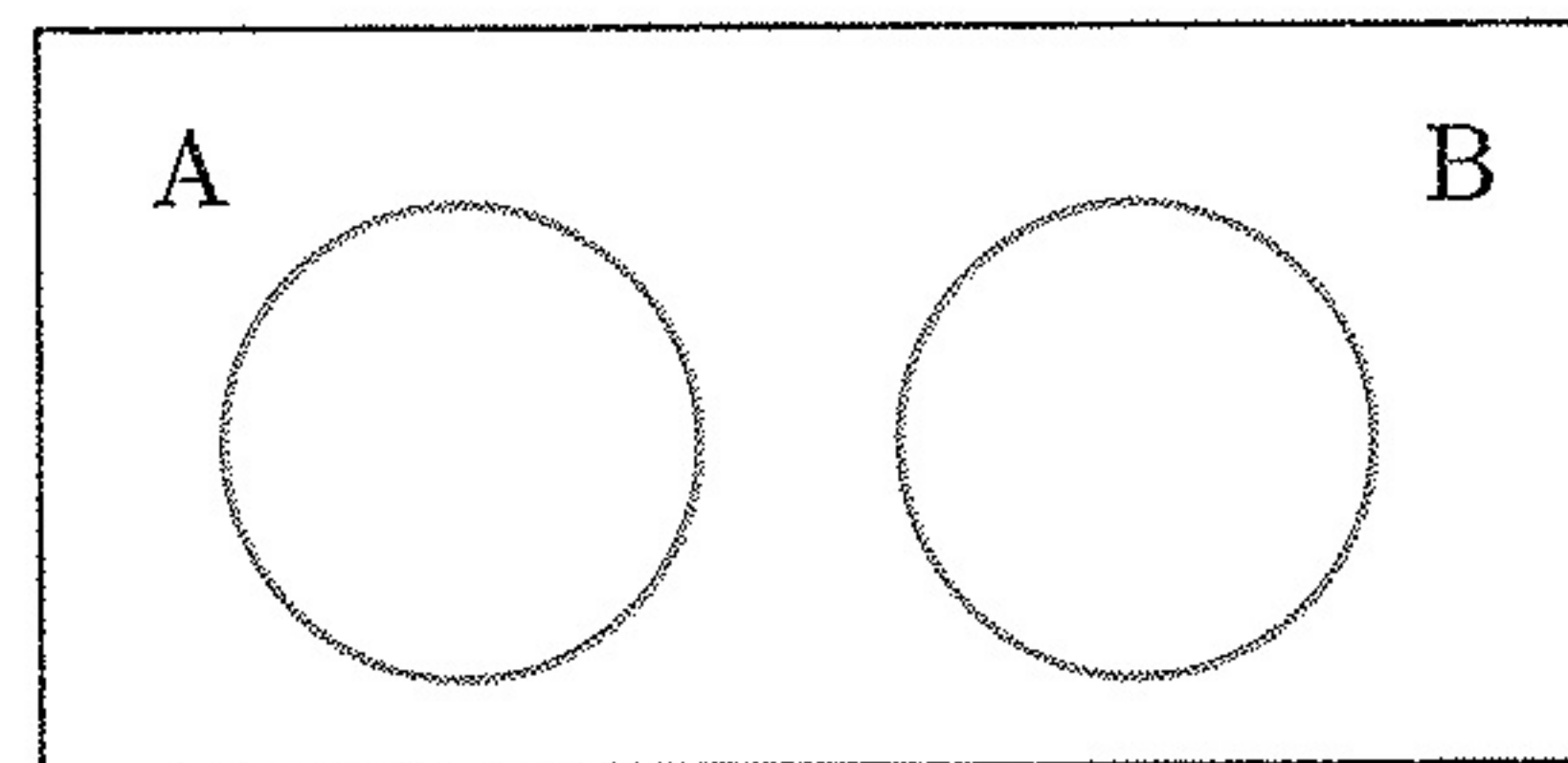
$$A \cap B = \{x \in \mathbb{R} | 1 < x \leq 4\}$$

۴۸ گزینه‌ی (۳).

۴۹ گزینه‌ی (۱).

$$A - B = A \Rightarrow A \cap B = \phi$$

$$(A \cup B) - B = A$$

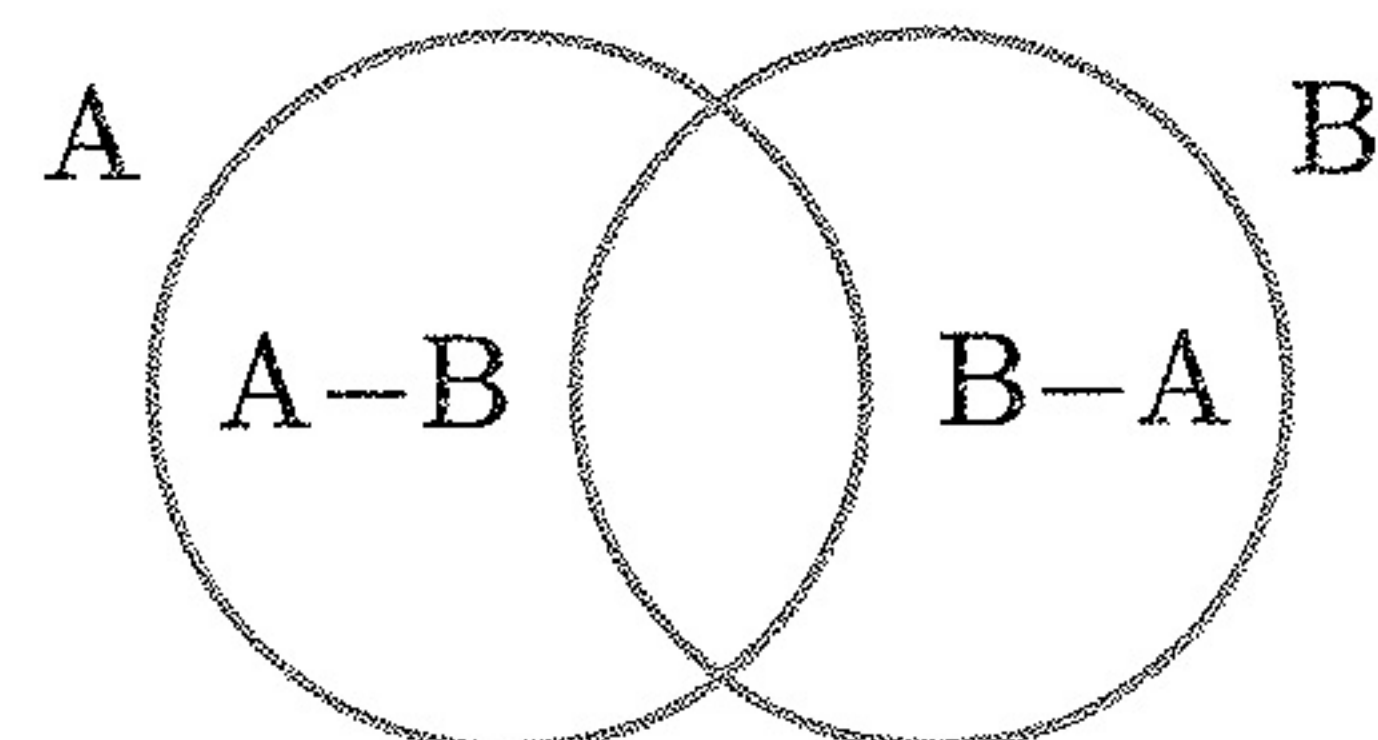


جدا از هم

۵۰ گزینه‌ی (۳).

$$\text{ابتدا: } A \Delta \phi = (A - \phi) \cup (\phi - A) = A \cup \phi = A$$

$$\Rightarrow A - (A \Delta B) = A - [(A - B) \cup (B - A)] = A \cap B$$



$$A - B = A - (A \cap B) = \{1, 2, 6, 8\} - \{2, 6\} = \{1, 8\}$$

۵۱ گزینه‌ی (۲).

۵۲ گزینه‌ی (۱). فقط گزینه‌ی (ب) که مجموعه $\{-1, 0, 1\}$ را تشکیل می‌دهد متناهی است.

۵۳ گزینه‌ی (۲).

$$\text{مجموعه } A: 3x - 4 < 4\sqrt{2} \Rightarrow 3x < 4\sqrt{2} \approx 9.6 \Rightarrow x < 3.2, \quad x > -2$$

$$\Rightarrow A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$\text{مجموعه } B: x = 1, 2, 3, 4 \Rightarrow B = \left\{ \frac{3}{2}, \frac{5}{5}, \frac{9}{10}, \frac{17}{17} \right\}$$

$$\Rightarrow B = \left\{ \frac{3}{2}, 1, 0.9 \right\} \text{ سه عضو}$$

پس دو عضو بیشتر دارد.

$$(25 - x) + (x) + (27 - x) = 40$$

$$\Rightarrow 52 - x = 40 \Rightarrow x = 12$$

۵۴ گزینه‌ی (۳).

۱۳ نفر $= 25 - 12$ فقط خطا

۵۵ گزینه‌ی (۱).

$$n = 2^3 = 8 \Rightarrow \{1\}, \{1, 2\}, \dots, \{1, 2, 3, 5\}$$

$$2^x = 7 \times 8 + 8 = 64 = 2^6 \Rightarrow x = 6$$

A شش عضوی است.

پس ۶ زیر مجموعه‌ی تک‌عضوی دارد.

۵۶ گزینه‌ی (۳).

 $A \cap B$ مجموعه اعداد طبیعی بخش‌پذیر بر ۱۵ است. لذا گزینه‌های (۱) و (۴) صحیح هستند. گزینه‌ی (۲) صحیح است چون

$$-3 \notin N \text{ پس } -3 \notin (A \cap B).$$

۵۷ گزینه‌ی (۲).

$$A = \{8\} \text{ متناهی} \quad B = \{4, 5, 6, \dots\} \text{ نامتناهی}$$

$$C = \{\} \text{ متناهی} \Rightarrow \{x = -2 \notin N\}$$

لذا مجموعه متناهی است.

۵۸ گزینه‌ی (۴).

$$n^2 < 9 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 1, 2$$

$$m^2 < 24 \xrightarrow{m \in \mathbb{N}} m = 1, 2, 3, 4$$

پس مجموعه 4×2 یعنی ۸ عضوی است.

$$\{2^1, 3^1, 2^1 \times 3^2, 2^1 \times 3^3, 2^1 \times 3^4, 2^2 \times 3^1, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^3, 2^2 \times 3^4\}$$

۵۹ گزینه‌ی (۳).

$$\frac{2}{e} \times \frac{2}{a} \times \frac{1}{b} \times \frac{2}{c} \times \frac{2}{d} = 16$$

۶۰ گزینه‌ی (۱).

۶۱ گزینه‌ی (۱).

۶۲ گزینه‌ی (۱).

۶۳ گزینه‌ی (۴).