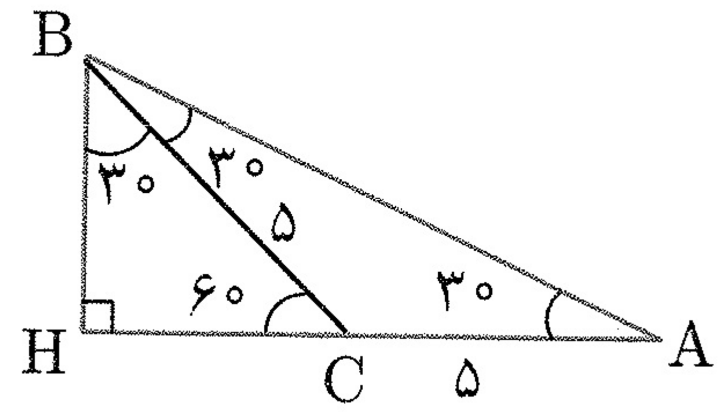
۱ گزینه‌ی (۳).



زاویه‌ی B در مثلث ABC برابر ۳۰° است. پس $BC = AC$

در مثلث BHC نیز زاویه‌ی B برابر ۳۰° است پس HC روبروی زاویه‌ی ۳۰° است و برابر نصف وتر BC است. بنابراین داریم:

$$HC = ۲/۵cm \Rightarrow AH = AC + CH = ۷/۵Cm$$

۲ گزینه‌ی (۲).

مجموع ارتفاع‌های دو مثلث OBC و OAD با ارتفاع متوازی‌الاضلاع برابر است. پس داریم:

$$S_{OBC} + S_{OAD} = \frac{۱}{۲}h_۱ \times AD + \frac{۱}{۲}h_۲ \times BC =$$

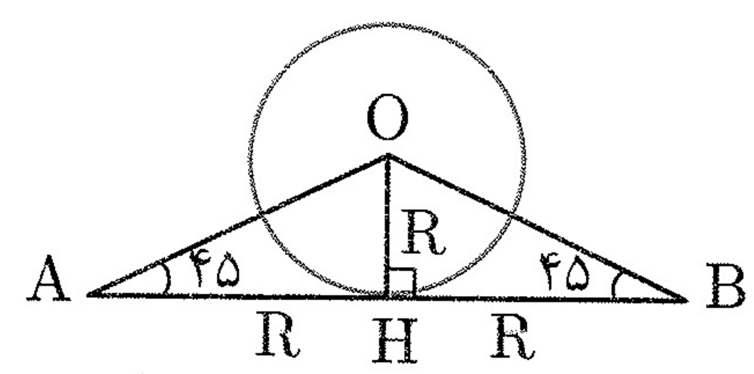
$$\frac{۱}{۲}(h_۱ + h_۲) \times BC = \frac{۱}{۲}h \times BC = \frac{۱}{۲} \times ۴۰ = ۲۰ \Rightarrow S_{OAD} = ۲۰ - ۹ = ۱۱$$

۳ گزینه‌ی (۱).

$$HB = HA = R$$

$$S_{OAB} = \frac{۱}{۲} \times R \times ۲R = R^۲$$

$$\frac{S_{OAB}}{\frac{۱}{۲}\pi R^۲} = \frac{R^۲}{\frac{۱}{۲}\pi R^۲} = \frac{۲}{\pi}$$



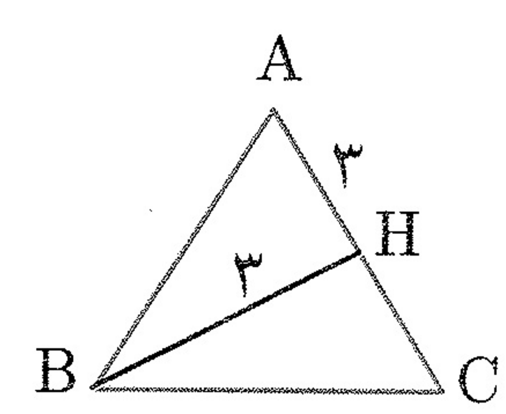
۴ گزینه‌ی (۲).

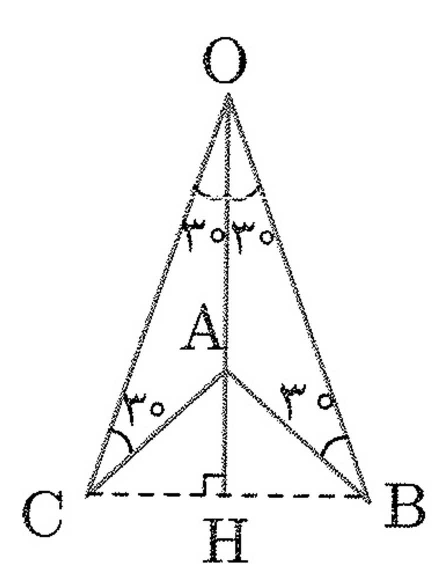
$$\overset{\triangle}{AHB}: \widehat{A} = ۴۵^\circ \Rightarrow AH = BH = ۳$$

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times BH \times AC \Rightarrow \frac{۹(۱+\sqrt{۳})}{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times AC \Rightarrow$$

$$AC = ۳ + ۳\sqrt{۳} \Rightarrow HC = AC - AH = ۳\sqrt{۳}$$

$$\overset{\triangle}{BHC}: BC = \sqrt{BH^۲ + HC^۲} = \sqrt{۹+۲۷} = \sqrt{۳۶} = ۶$$





۵ گزینه‌ی (۴).

مثلث OBC متساوی‌الاضلاع است. همچنین $AB = AC = OA$ است.

در مثلث AHC ضلع روبروی به زاویه‌ی ۶۰° برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتر است.

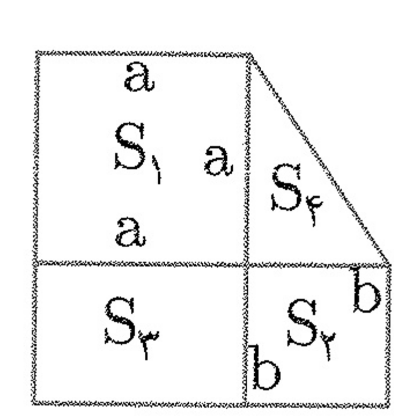
پس:

$$HC = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AC \Rightarrow \frac{a}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AC \Rightarrow AC = \frac{a}{\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}a \Rightarrow OA = \frac{\sqrt{۳}}{۳}a$$

۶ گزینه‌ی (۲).

$$S_۱ + S_۲ + S_۳ = ۳۷ \text{ و } S_۴ = \frac{۱}{۲}ab \Rightarrow ۶ = \frac{۱}{۲}ab \Rightarrow ab = ۱۲$$

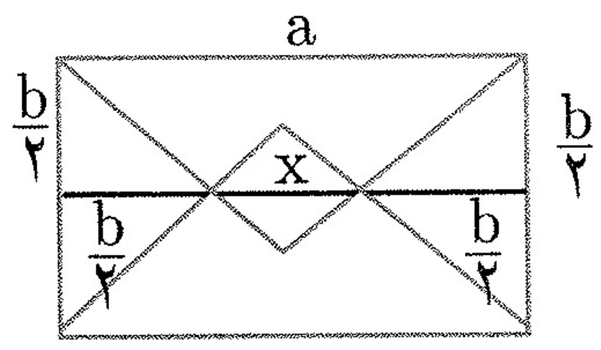
$$S_۳ = ab = ۱۲ \Rightarrow S_۱ + S_۲ = ۲۵ \Rightarrow a^۲ + b^۲ = ۲۵$$



در نتیجه:

$$a^۲ + b^۲ + ۲ab = ۲۵ + ۲۴ = ۴۹ \Rightarrow a + b = ۷ \Rightarrow \text{محیط} = ۱۴$$

۷ گزینه‌ی (۴).



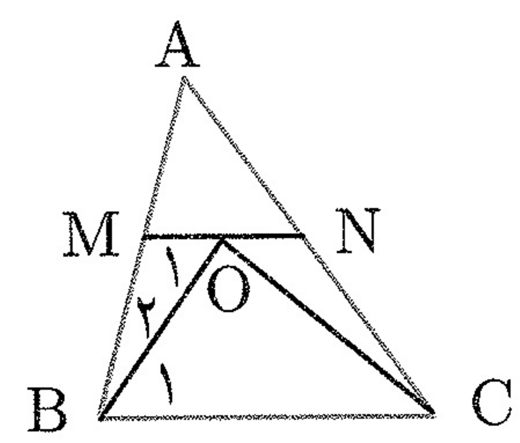
قطر مربع را برابر x فرض می‌کنیم. با توجه شکل:

$$\frac{b}{۲} + x + \frac{b}{۲} = a \Rightarrow x = a - b$$

حال مساحت مربع که می‌توان گفت یک لوزی است برابر نصف حاصل‌ضرب دو قطر است.

$$S = \frac{۱}{۲}(a-b)(a-b) = \frac{۱}{۲}(a-b)^۲$$

۸ گزینه‌ی (۱).



$$\begin{cases} \widehat{B}_۱ = \widehat{O}_۱ \\ \widehat{B}_۱ = \widehat{B}_۲ \end{cases} \Rightarrow \widehat{O}_۱ = \widehat{B}_۲ \Rightarrow OM = MB$$

به همین ترتیب $ON = NC$ بنابراین:

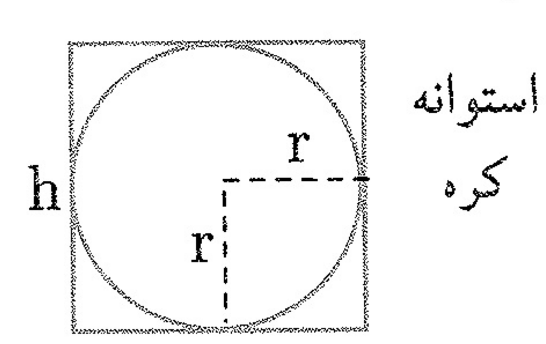
$$\text{محیط مثلث } AMN = AN + AM + MN = AN + AM + MO + ON = AB + AC = ۳۰$$

۹ گزینه‌ی (۱). همانطورکه ملاحظه می‌شود، در وجه بالا و پایین مکعب بزرگ هیچ سطح سبز رنگی وجود ندارد و فقط در سطوح جانبی رنگ سبز دیده می‌شود. البته دو مکعب در سطوح جانبی قرار دارند که وجه سبزشان دیده نمی‌شود. بنابراین سطوح کل سبز رنگ که دیده می‌شود برابر است با:

$$۴ \times ۳۶ - ۲ \times ۱۲ = ۱۴۴ - ۲۴ = ۱۲۰$$

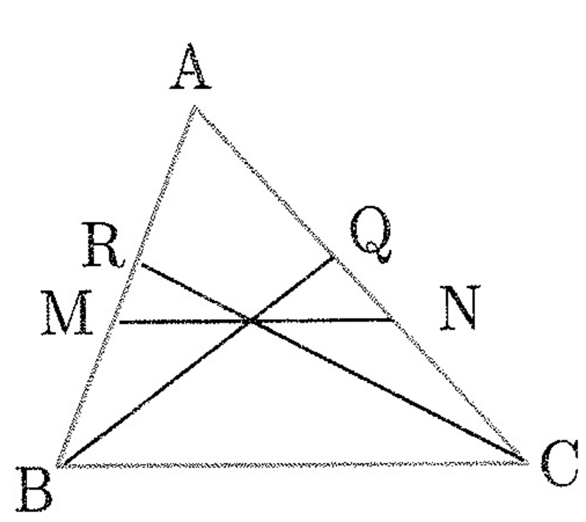
۱۰ گزینه‌ی (۱).

ارتفاع استوانه دو برابر شعاع کره و شعاع قاعده استوانه با شعاع کره برابر است. در نتیجه:



$$\begin{matrix} V_۱ = \pi r^۲(۲r) \\ V_۲ = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \end{matrix} \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{۲}{۳}$$

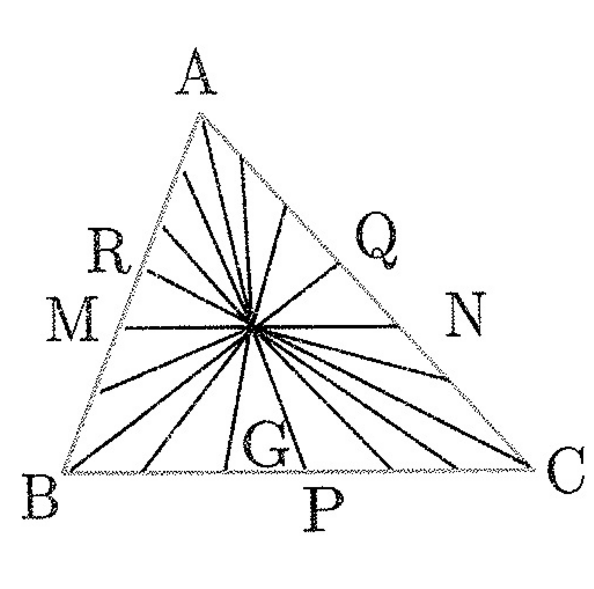
۱۱ گزینه‌ی (۴).



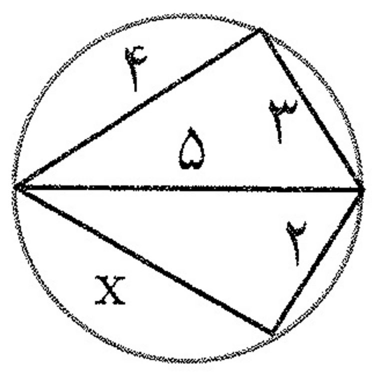
در شکل روبرو RM برابر $\frac{۱}{۳}RB$ و در نتیجه $\frac{۱}{۶}AB$ است.

پس هر ضلع مثلث را به ۶ قسمت مساوی تقسیم کرده و از G به آن‌ها وصل می‌کنیم و در نتیجه ۱۸ مثلث با مساحت‌های برابر به‌دست می‌آیند. که ۸ تای آن‌ها در مثلث AMN قرار دارد.

و در اینصورت:
$$\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{۸}{۱۸} = \frac{۴}{۹}$$



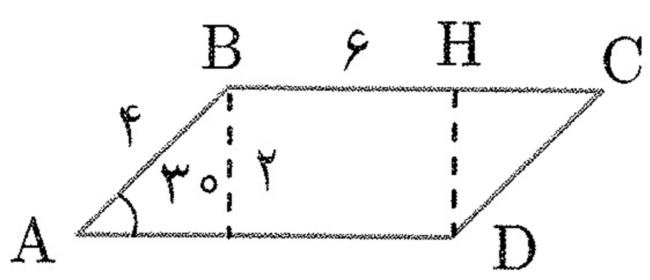
۱۲ گزینه‌ی (۳).



می‌دانیم که که اعداد ۳ و ۴ و ۵ اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه هستند پس مطابق شکل قطر دایره، چهار ضلعی را به دو مثلث قائم‌الزاویه تقسیم می‌کند. بنابراین:

$$x = \sqrt{۲۵ - ۴} = \sqrt{۲۱}$$

۱۳ گزینه‌ی (۲). بعد از دوران اگر دوران یافته‌ی CDH را به قسمت چپ منتقل کنیم، یک استوانه خواهیم داشت که ارتفاع آن برابر ۶ و شعاع قاعده‌اش ۲ است. پس حجم آن برابر است با:

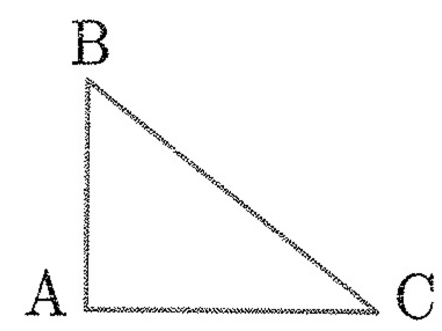


$$V = \pi r^۲ h = \pi \times ۲^۲ \times ۶ = ۲۴\pi$$

۱۴ گزینه‌ی (۴).

هر چه فاصله‌ی دایره از خط بیش‌تر باشد، حجم بزرگ‌تری حادث می‌شود.

۱۵ گزینه‌ی (۲).



$$BC^۲ = ۲AB \times AC$$

$$AB^۲ + AC^۲ - ۲AB \times AC = ۰ \Rightarrow (AB - AC)^۲ = ۰$$

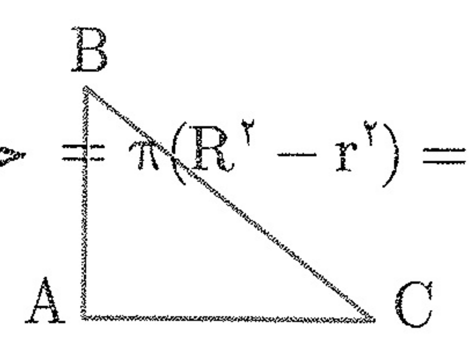
$$\Rightarrow AB = AC \Rightarrow \hat{B} = ۴۵^\circ$$

۱۶ گزینه‌ی (۲).

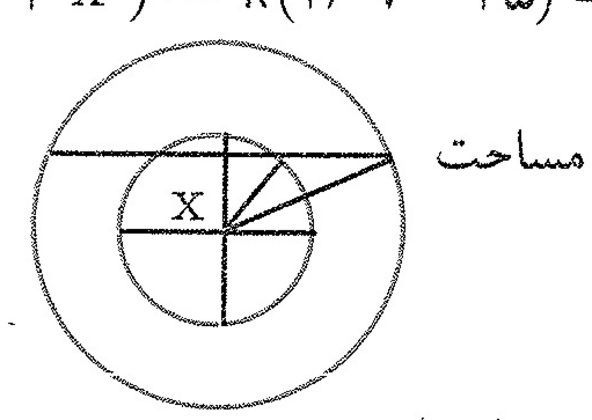
$$\frac{a}{b'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k \Rightarrow a = ka' , b = kb' , c = kc' , a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow$$

$$kaa' = kbb' + kcc' \Rightarrow aa' = bb' + cc'$$

۱۷ گزینه‌ی (۲).



حلقه $= \pi(R^۲ - r^۲) = \pi((۱۳)^۲ + x^۲) - ((۵)^۲ + x^۲) = \pi(۱۶۹ - ۲۵) = ۱۴۴\pi$



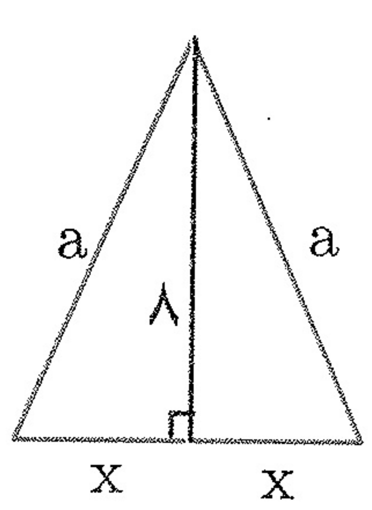
۱۸ گزینه‌ی (۳). طول مستطیل برابر محیط دایره‌ی قاعده‌ی استوانه است.

$$۲\pi R = ۶\pi$$

۱۹ گزینه‌ی (۴).

$$\left.\begin{array}{r} V_۱ = \frac{۱}{۳}\pi.r^۲h \xrightarrow{۲r=h} V_۱ = \frac{۲}{۳}\pi.r^۳ \\ V_۲ = \frac{۲}{۳}\pi.R^۳ \end{array}\right\} \xrightarrow{V_۱=V_۲} \frac{۲}{۳}\pi.r^۳ = \frac{۲}{۳}\pi.R^۳ \Rightarrow R = r$$

۲۰ گزینه‌ی (۳).

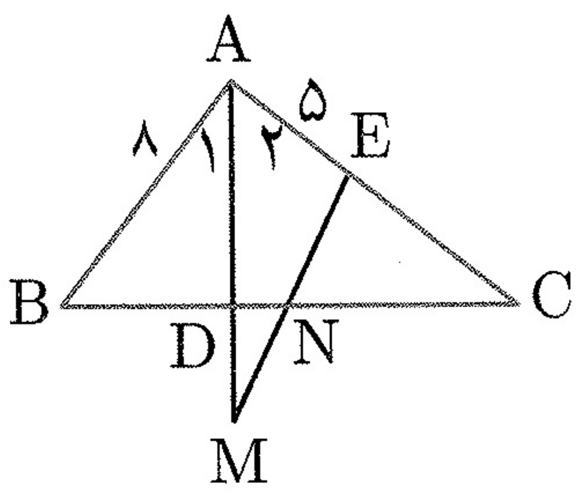


$$\begin{cases} ۲a + ۲x = ۳۲ \\ a^۲ - x^۲ = ۶۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + x = ۱۶ \\ (a - x)(a + x) = ۶۴ \end{cases} \Rightarrow a - x = ۴ \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a + x = ۱۶ \\ a - x = ۴ \end{cases} \Rightarrow ۲x = ۱۲ \Rightarrow x = ۶$$

$$S = \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۲x = ۸x = ۴۸$$

۲۱ گزینه‌ی (۱).



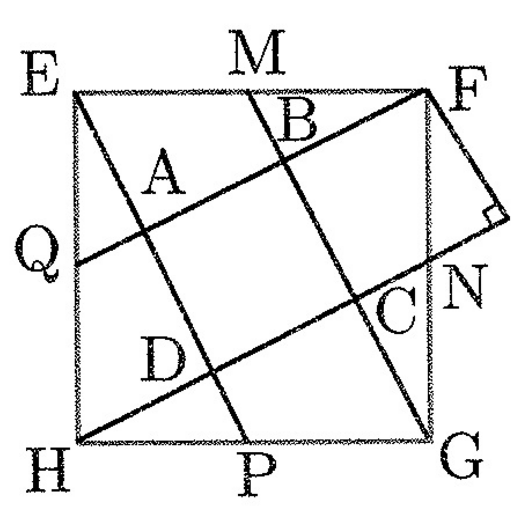
$$\begin{cases}\widehat{A_۱}=\widehat{M}\\ \widehat{A_۱}=\widehat{A_۲}\end{cases}\Rightarrow \widehat{A_۲}=\widehat{M}\Rightarrow AE=ME=۵$$

از طرفی NE برابر نصف AB است. پس، $NE=۴$ در نتیجه:

$$MN=ME-NE=۵-۴=۱$$

۲۲ گزینه‌ی (۱).

می‌دانیم از دوران یک مثلث حول اضلاعش مخروط‌هایی پدید می‌آید و در یک مخروط $V=\frac{۱}{۳}\pi r^۲ h$ همانطورکه مشاهده می‌شود. هر چه شعاع قاعده‌ی مخروط حادث بیش‌تر باشد حجم آن بزرگ‌تراست. زیرا r با توان ۲ ظاهر شده‌است. بنابراین اگر مثلث را حول کوچک‌ترین ضلع یعنی a بچرخانیم، بیش‌ترین شعاع چرخش را بدست خواهیم آورد.



۲۳ گزینه‌ی (۴).

از F عمود FL را بر امتداد HN وارد می‌کنیم. دو مثلث FNL و NCG باهم مساوی‌اند و می‌توان به راحتی ثابت کرد که سه مثلث دیگر MBF ، EQA و HDP نیز با این دو مثلث برابرند. پس داریم:

$$S_{BFLC}=S_{FNL}+S_{BFNC}=S_{NCG}+S_{BFNC}=S_{BFG}$$

پس مساحت مربع BFLC (که خود مساوی مربع ABCD است) با مساحت مثلث BFG برابر است.

به همین ترتیب داریم:

$$S_{AEF}=S_{DHE}=S_{CGH}=S_{BFG}=S_{ABCD}\Rightarrow S_{EFGH}=۵S_{ABCD}$$

۲۴ گزینه‌ی (۱). اعداد ۵ و ۱۲ و ۱۳، اعداد فیثاغورثی هستند. بنابراین مساحت مثلث برابر است با:

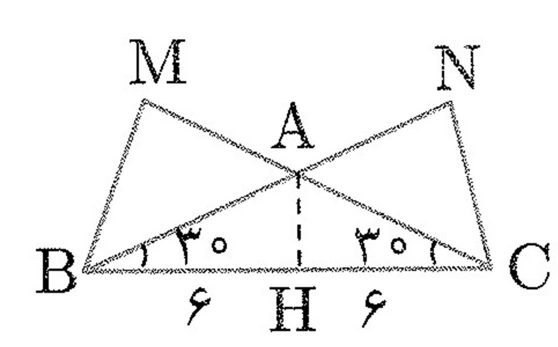
$$\frac{۱}{۲}\times ۵\times ۱۲=۳۰\text{cm}^۲$$

و در نتیجه مساحت شکل مورد نظر برابر است با:

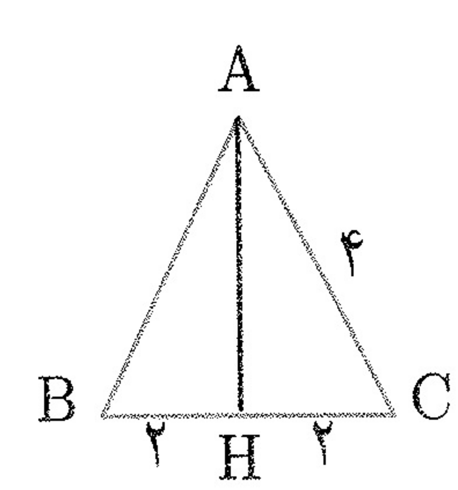
$$۵^۲+۱۲^۲+۱۳^۲+۳۰=۳۶۸\ \text{cm}^۲$$

۲۵ گزینه‌ی (۱). ارتفاع AH از مثلث متساوی‌الساقین ABC را رسم می‌کنیم. اگر $AH=x$ باشد، آنگاه $AC=۲x$ است و خواهیم داشت:

$$(۲x)^۲=x^۲+۳۶$$
$$۴x^۲=x^۲+۳۶\Rightarrow ۳x^۲=۳۶\Rightarrow x^۲=۱۲\Rightarrow x=\sqrt{۱۲}=۲\sqrt{۳}$$
$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AH\times BC=\frac{۱}{۲}\times ۲\sqrt{۳}\times ۱۲=۱۲\sqrt{۳}$$



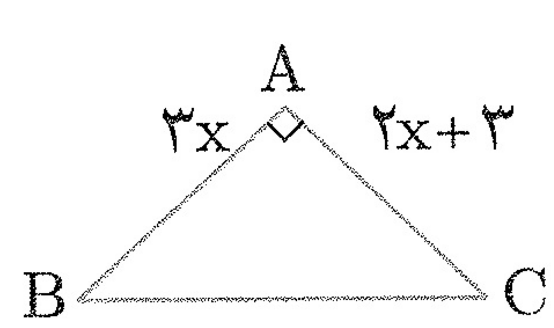
۲۶ گزینه‌ی (۳).



$$AH=\sqrt{۱۶-۴}=\sqrt{۱۲}=۲\sqrt{۳}$$

$$S=\frac{۱}{۲}AH\times BC=\frac{۱}{۲}\times ۲\sqrt{۳}\times ۴=۴\sqrt{۳}$$

۲۷ گزینه‌ی (۲).

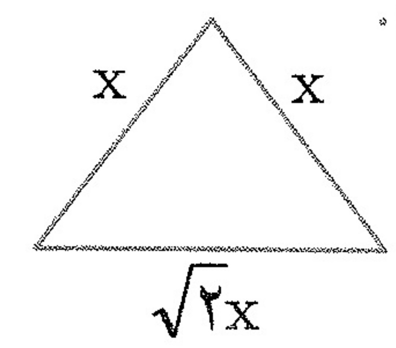


$$AB=AC\Rightarrow ۳x=۲x+۳\Rightarrow x=۳\Rightarrow$$

$AB = AC = ۹ \Rightarrow BC = \sqrt{۲}AB = ۹\sqrt{۲}$

$\text{محیط مثلث} = ۹ + ۹ + ۹\sqrt{۲} = ۱۸ + ۹\sqrt{۲}$

۲۸ گزینه‌ی (۱).



$S = \frac{۱}{۲}x^{۲} = ۸ \Rightarrow x = ۴$

$\text{محیط} = ۴ + ۴ + ۴\sqrt{۲} = ۴(۲ + \sqrt{۲})$

۲۹ گزینه‌ی (۳). اگر طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع را a و مساحت آن را برابر S در نظر بگیریم، آنگاه:

$S = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^{۲}$

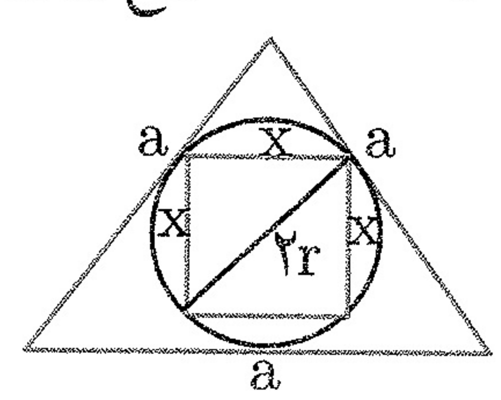
حال اگر در این مثلث دایره‌ای محاطی شود با توجه به اینکه در مثلث متساوی‌الاضلاع نیمساز و ارتفاع و میانه بر هم منطبق هستند، شعاع دایره‌ی محاطی برابر $\frac{۱}{۳}$ طول میانه یا ارتفاع مثلث $(\frac{\sqrt{۳}}{۲}a)$ است. بنابراین شعاع دایره‌ی محاطی برابر است با: $r = \frac{\sqrt{۳}}{۶}a$

از طرفی مربعی که به ضلع x در دایره‌ای به شعاع r محاط باشد، مطابق شکل یک مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه با وتر ۲r ضلع x بوجود می‌آید. بنابراین:

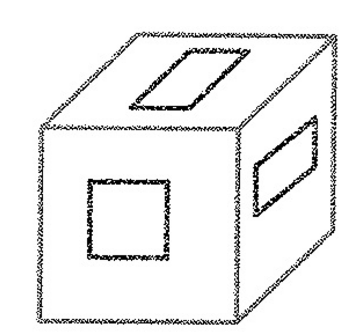
$۴r^{۲} = x^{۲} + x^{۲}$

و در نتیجه $x = \sqrt{۲}r \Rightarrow x = \sqrt{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۶}a = \frac{\sqrt{۶}}{۶}a$ و مساحت مربع برابر خواهد بود با: $S' = x^{۲} = \frac{a^{۲}}{۶}$ و نسبت مساحت‌ها

$\frac{S}{S'} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^{۲}}{\frac{a^{۲}}{۶}} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$



۳۰ گزینه‌ی (۳).



$\text{حجم مکعب بزرگ} = ۵ \times ۵ \times ۵ = ۱۲۵\ cm^{۳}$

$\text{حجم هر یک از سوراخ‌ها} = ۱ \times ۱ \times ۵ = ۵\ cm^{۳}$

$\text{حجم قسمت مشترک سوراخ‌ها} = ۱ \times ۱ \times ۱ = ۱\ cm^{۳}$

$\text{حجم قسمت باقیمانده} = ۱۲۵ - ۳ \times ۵ + ۲ \times ۱ = ۱۱۲cm^{۳}$

۳۱ گزینه‌ی (۲).

شکل حاصل از دوران شامل یک استوانه با شعاع قاعده ۴ و ارتفاع ۸ و یک مخروط با شعاع قاعده ۴ و ارتفاع ۸ خواهد بود. بنابراین:

$V = \frac{۱}{۳}\pi r^{۲}h + \pi r^{۲}h = \frac{۴}{۳}\pi r^{۲}h = ۴ \times ۱۶ \times ۸ = ۵۱۲$

۳۲ گزینه‌ی (۳).

نسبت مساحت‌های دو شکل متشابه، توان دوم نسبت اضلاع می‌باشد. طول اضلاع مستطیل اول ۳ و ۴ و در نتیجه قطرش ۵ می‌باشد. طول قطر مستطیل دوم برابر ۱۵ و سه برابر طول قطر مستطیل اول است. بنابراین مساحت مستطیل دوم برابر است با: $۳^{۲} \times (۳ \times ۴) = ۱۰۸$

۳۳ گزینه‌ی (۴).

نسبت محیط‌های دو شکل متشابه با نسبت اضلاع برابر است و نسبت مساحت‌ها مربع آن است. $۴ = ۲^{۲}$

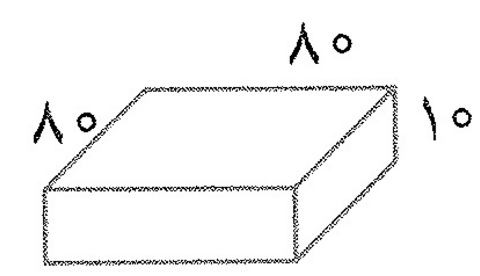
۳۴ گزینه‌ی (۳). مساحت قسمت سایه‌دار برابر است با مجموع مساحت‌های دو نیم دایره به قطرهای AC و AB و مساحت مثلث منهای مساحت نیم‌دایره به قطر BC. از آنجائیکه مساحت نیم‌دایره به قطر BC برابر مجموع مساحت‌های دو نیم دایره‌ی دیگر نتیجه می‌شود که مساحت قسمت سایه دار با مساحت مثلث برابر است.

$$S=\frac{۱}{۲}\times ۵\times ۱۲=۳۰$$

۳۵ گزینه‌ی (۳).

$$\left.\begin{array}{l} \text{مربع } S_۱=(\frac{۸}{۴})^۲=۴\,cm^۲ \\ \text{دایره } S_۲=(\frac{۸}{۲\pi})^۲\times\pi=\frac{۱۶}{\pi} \end{array}\right\}\Rightarrow S_۲>S_۱$$

۳۶ گزینه‌ی (۴).



$$V=۸۰\times ۸۰\times ۱۰=۶۴۰۰۰\,cm^۳$$

۳۷ گزینه‌ی (۱).

ارتفاع مثلث ABC را h فرض می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{r} S_{EMN}=S_{EBD}=\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}BC)(\frac{۱}{۴}h)=\frac{۱}{۸}S_{ABC} \\ S_{AMN}=\frac{۱}{۴}S_{ABC} \end{array}\right\}\Rightarrow S_{ANE}=S_{EMN}+S_{AMN}=\frac{۳}{۸}S_{ABC}$$

۳۸ گزینه‌ی (۲).

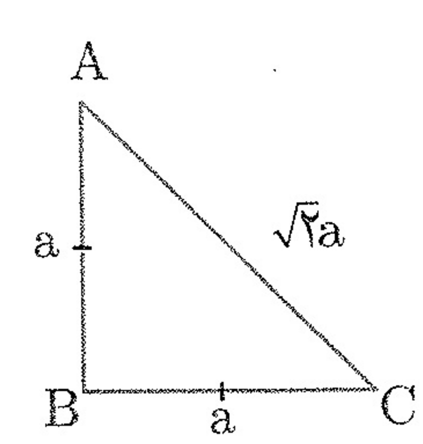
$$|BC|=\sqrt{(۴-۲)^۲+(۱-۰)^۲}=\sqrt{۵} \qquad |AC|=\sqrt{(۹-۱)^۲+(۰-۴)^۲}=\sqrt{۸۰}$$

$$|AB|=\sqrt{(۹-۰)^۲+(۰-۲)^۲}=\sqrt{۸۵}$$

$$AB^۲=AC^۲+BC^۲\Rightarrow(\sqrt{۵})^۲+(\sqrt{۸۰})^۲=(\sqrt{۸۵})^۲\Rightarrow ۸۵=۸۵\Rightarrow \text{مثلث قائم الزاویه است}$$

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{۱}{۲}|AC|\times|BC|=\frac{۱}{۲}\times\sqrt{۵}\times\sqrt{۸۰}=\frac{\sqrt{۴۰۰}}{۲}=\frac{۲۰}{۲}=۱۰$$

۳۹ گزینه‌ی (۳).



$$\text{متساوی الساقین}\Rightarrow AB=BC=a$$

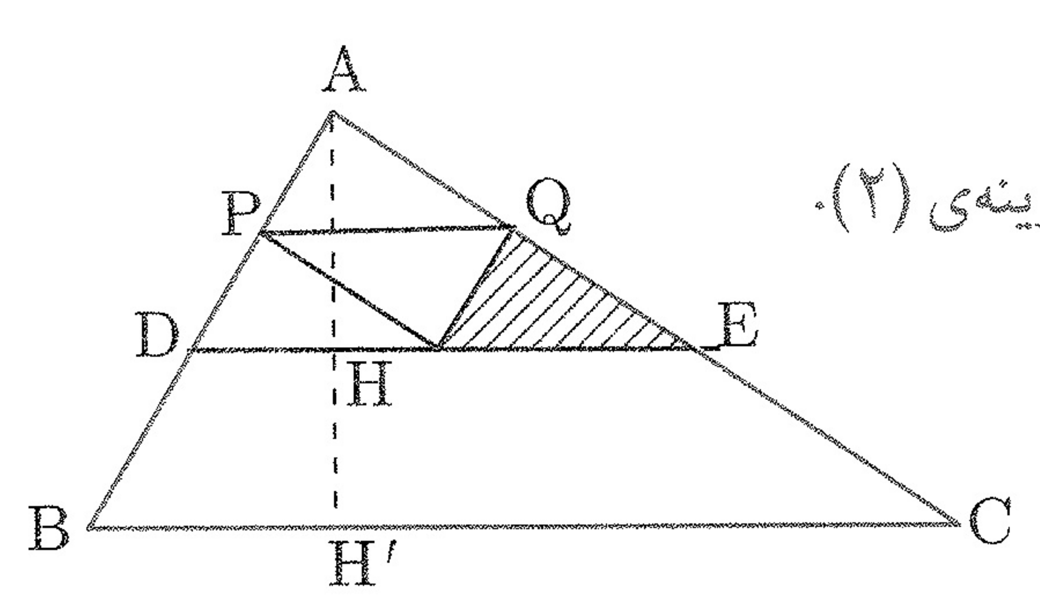
$$\text{قائم الزاویه}\Rightarrow AB^۲+AC^۲=BC^۲\Rightarrow a^۲+a^۲=BC^۲\Rightarrow BC^۲=۲a^۲\Rightarrow BC=\sqrt{۲}a$$

$$\text{محیط مثلث}: AB+BC+AC=۵\sqrt{۲}+۱۰$$

$$a+\sqrt{۲}a+a=۵\sqrt{۲}+۱۰\Rightarrow a(۲+\sqrt{۲})=۵(\sqrt{۲}+۲)\Rightarrow a=۵$$

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}\times|AB|\times|BC|=\frac{۱}{۲}\times ۵\times ۵=\frac{۲۵}{۲}$$

۴۰ گزینه‌ی (۲).



$$DE\parallel BC\Rightarrow\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}=\frac{AH}{AH'}=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow S_{\overset{\triangle}{ADE}}=\frac{۱}{۴}S_{\overset{\triangle}{ABC}}\Rightarrow S_{\overset{\triangle}{ABC}}=۴S_{\overset{\triangle}{ADE}}$$

$$PQ \parallel DE \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{APQ}} = \frac{۱}{۴} S_{\overset{\triangle}{ADE}}$$

$$QH \parallel AD \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{EQH}} = \frac{۱}{۴} S_{\overset{\triangle}{ADE}}$$

$$\text{هاشور خورده } S = \frac{۱}{۴} S_{\overset{\triangle}{ADE}} + \frac{۱}{۴} S_{\overset{\triangle}{ADE}} = \frac{۱}{۲} S_{\overset{\triangle}{ADE}}$$

$$\frac{S_{\text{هاشورخورده}}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{۱}{۲} S_{\overset{\triangle}{ADE}}}{۴ S_{\overset{\triangle}{ADE}}} = \frac{۱}{۸}$$

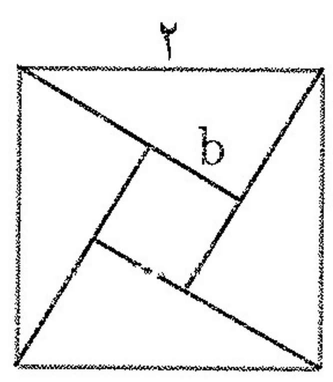
۴۱ گزینه‌ی (۲).

۴۲ گزینه‌ی (۲).

۴۳ گزینه‌ی (۲).

۴۴ گزینه‌ی (۱).

۴۵ گزینه‌ی (۱). اگر مساحت مثلث‌ها و مربع را x اختیار کنیم خواهیم داشت:

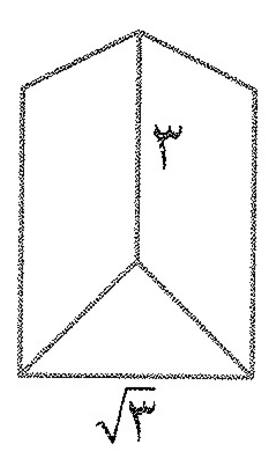


$$x + x + x + x + x = ۲^۲ \Rightarrow ۵x = ۴ \Rightarrow x = \frac{۴}{۵}$$

و چون مساحت مربع برابر x است و مساحت مربع به ضلع b برابر $b^۲$ خواهد شد، داریم:

$$x = b^۲ = \frac{۴}{۵} \Rightarrow b = \frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

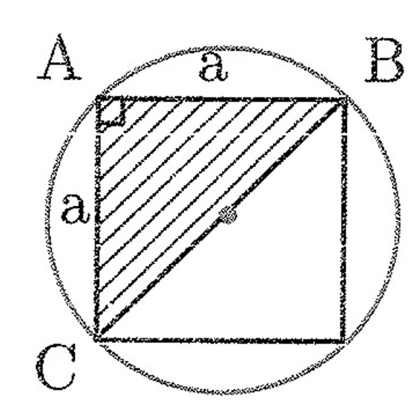
۴۶ گزینه‌ی (۲).



ارتفاع × مساحت قاعده = حجم منشور

$$= \frac{\sqrt{۳}}{۴} \times (\sqrt{۳})^۲ \times ۳ = \frac{۹\sqrt{۳}}{۴}$$

۴۷ گزینه‌ی (۲).



$$\text{مساحت مربع} = a^۲ = ۵۰ \Rightarrow a = \sqrt{۵۰} = ۵\sqrt{۲}$$

$$ABC \Rightarrow a^۲ + a^۲ = (۲r)^۲ \Rightarrow ۵۰ + ۵۰ = ۴r^۲$$

$$\text{فیثاغورث } ۱۰۰ = ۴r^۲ \Rightarrow ۲۵ = r^۲ \Rightarrow r = ۵$$

۴۸ گزینه‌ی (۲).

۴۹ گزینه‌ی (۱).

۵۰ گزینه‌ی (۱).

۵۱ گزینه‌ی (۴).

۵۲ گزینه‌ی (۳).

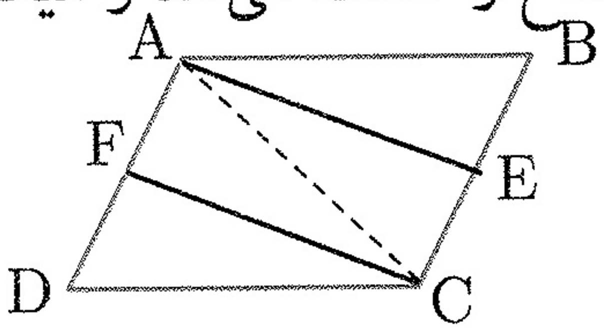
۵۳ گزینه‌ی (۲).

۵۴ گزینه‌ی (۲).

$$\left.\begin{aligned} V_{\text{استوانه}} &= \pi r^۲ h \\ V_{\text{مخروط}} &= \frac{۱}{۳}\pi r^۲ h \end{aligned}\right\} \Rightarrow V_{\text{استوانه}} = ۳ \times V_{\text{مخروط}} = ۱۲۸\pi$$

۵۵ گزینه‌ی (۲).

قطر AC مساحت متوازی‌الاضلاع را نصف می‌کند و میانه‌ها نیز مساحت مثلث‌ها را نصف می‌کنند بنابراین:



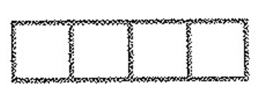
$$S_{AECF}=\frac{۱}{۲}S_{ABCD}$$

۵۶ گزینه‌ی (۲). مساحت دو مثلث BEC و DEA با هم برابر است و مثلث DEA قائم الزاویه در راس A است. بنابراین:

$$S_{BEC}=S_{DEA}=\frac{۱}{۲}AE\times AD=۱۰$$

۵۷ گزینه‌ی (۳).

طول ضلع مربع را a قرار می‌دهیم، بنابراین:

 → محیط

$$a^۲=۲/۲۵\Rightarrow a=۱/۵\quad ۱۰a=۱۵$$

۵۸ گزینه‌ی (۴)

$$\text{طول کمان}\ \widehat{AB}=\frac{۳۰^\circ}{۳۶۰^\circ}\times ۲\pi R=\frac{۲\times ۳\times ۲}{۱۲}=۱$$

$$\overset{\triangle}{OBN}\ \text{متساوی الاضلاع}\Rightarrow BN=ON=۲$$

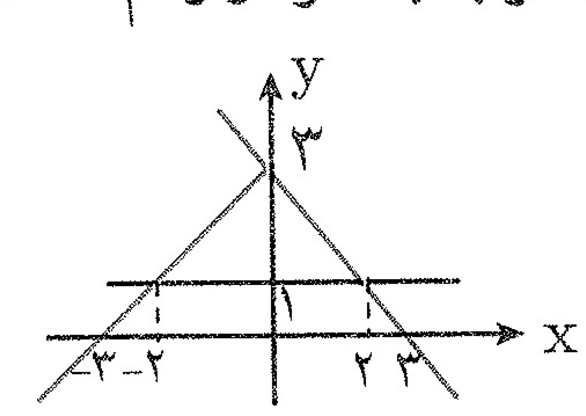
$$\overset{\triangle}{AOM}\ \text{قائم الزاویه}\Rightarrow AM^۲=OA^۲+OM^۲=۸\Rightarrow AM=۲\sqrt{۲}$$

$$\text{محیط شکل}=MO+ON+NB+\widehat{AB}+AM=۷+۲\sqrt{۲}$$

۵۹ گزینه‌ی (۱). طول ضلع مکعب را a فرض می کنیم از طرفی مثلث ABC متساوی الاضلاع است و طول هر ضلع آن $a\sqrt{۲}$ می باشد. بنابراین:

$$۳a\sqrt{۲}=۶\sqrt{۲}\Rightarrow a=۲\Rightarrow V=a^۳=۸$$

۶۰ گزینه‌ی (۳). با توجه به نمودار رسم شده، مثلث حاصل دارای ارتفاع ۲ و قاعده‌ی ۴ می‌باشد.



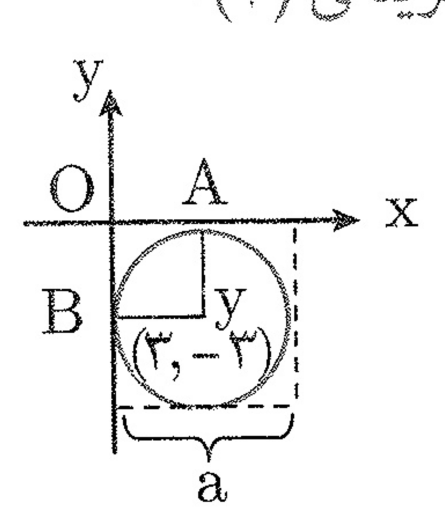
$$S=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۴=۴$$

۶۱ گزینه‌ی (۱).

شکل حاصل از یک نیم کره به شعاع ۲ و یک استوانه با شعاع قاعده‌ی ۲ و ارتفاع ۲ و یک مخروط با شعاع قاعده‌ی ۲ و ارتفاع ۲ تشکیل شده است.

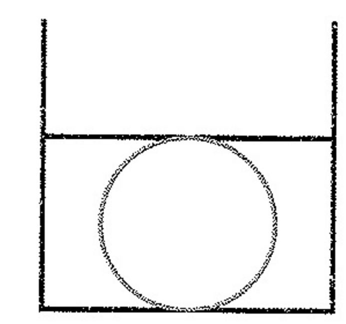
$$V=\frac{۲}{۳}\pi R^۳+\pi R^۲h+\frac{۱}{۳}\pi R^۲h=۱۶+۲۴+۸=۴۸$$

۶۲ گزینه‌ی (۳).



$$\left.\begin{matrix}\text{مساحت دایره}=\pi R^۲=۲۷\\ \text{مساحت مربع}=a^۲=۳۶\end{matrix}\right\}\Rightarrow\ \text{مساحت مطلوب}=\frac{۱}{۴}(۳۶-۲۷)=\frac{۹}{۴}$$

۶۳ گزینه‌ی (۳).



$$\left.\begin{aligned}\pi R^{۲}(۶)&=\frac{۴}{۳}\pi(۳)^{۳}+V\\ \pi R^{۲}(۱۲)&=\frac{۴}{۳}\pi(۶)^{۳}+V\end{aligned}\right\}\Rightarrow ۶\pi R^{۲}=\frac{۴}{۳}\pi(۶^{۳}-۳^{۳})\Rightarrow$$

$$۹R^{۲}=۲(۲۱۶-۲۷)\Rightarrow R^{۲}=۴۲\Rightarrow R=\sqrt{۴۲}$$

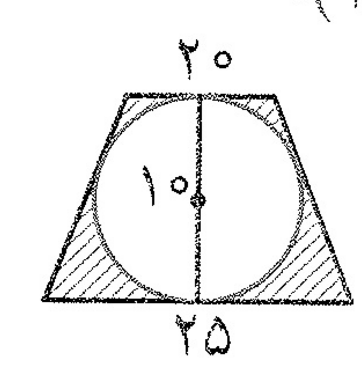
۶۴ گزینه‌ی (۱).

مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC $=\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۱۸/۸۴=۳۷/۶۸$

$$AB=۱/۵\times\underbrace{۲\times ۲\times\pi}_{\text{محیط دایره}}=۱۸/۸۴\ \text{cm}$$

چون AB بر دایره مماس است و OA نیز شعاع در نقطه‌ی تماس است پس بر هم عمودند.

۶۵ گزینه‌ی (۴).

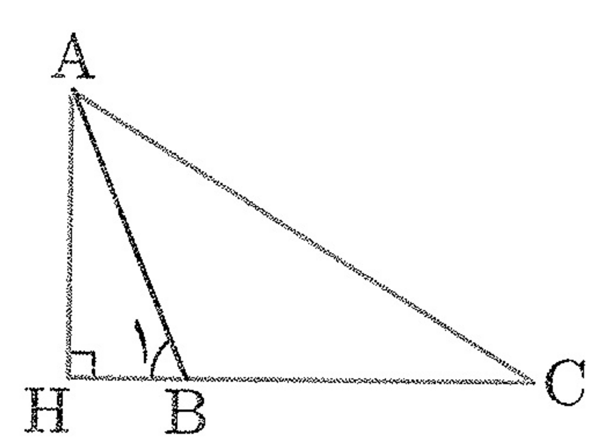


هاشور $S=S_{\text{ذوزنقه}}-S_{\text{دایره}}=\frac{۱}{۲}\times ۲۰\times(۲۰+۲۵)-\pi ۱۰^{۲}$

$=۴۵۰-۳۱۴=۱۳۶$ متر مربع

تعداد گل‌های مورد نیاز $=۱۳۶\times ۵=۶۸۰$ گل

۶۶ گزینه‌ی (۳).



چون مثلث ABC متساوی الساقین است پس $BC=AB=۸$ پس $\widehat{C}=۳۰^\circ$ داریم:

زاویه‌ی خارجی $\widehat{B_۱}=\widehat{A}+\widehat{C}=۳۰^\circ+۳۰^\circ=۶۰^\circ$

می‌دانیم در هر مثلث قائم الزاویه ضلع مقابل به زاویه‌ی ۶۰ درجه $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتر است پس:

$$AH=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۸=۴\sqrt{۳}$$

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}\times AH\times BC=\frac{۱}{۲}\times ۴\sqrt{۳}\times ۸=۱۶\sqrt{۳}$$

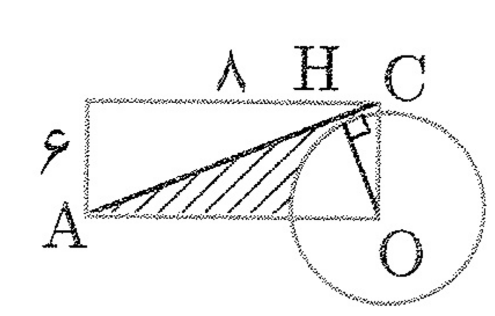
۶۷ گزینه‌ی (۴).

حجم نیم کره به شعاع ۶ = h حجم استوانه به ارتفاع

$$\frac{۱}{۲}\times\frac{۴}{۳}\times\pi\times ۶^{۳}=h\times\pi\times ۱۲^{۲}$$

$$۴\times ۶^{۲}\times\pi=h\times\pi\times ۱۲^{۲}\Rightarrow h=۱$$

۶۸ گزینه‌ی (۲).

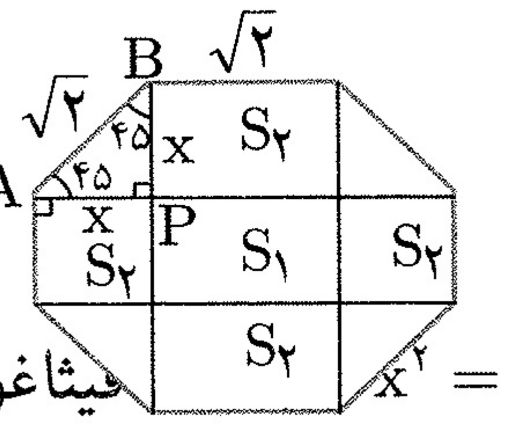


مساحت مثلث AOC $\quad AC^{۲}=۶^{۲}+۸^{۲}\Rightarrow AC=۱۰$

$$=\frac{۱}{۲}\times ۶\times ۸=\frac{۱}{۲}OH\times ۱۰\Rightarrow OH=۴/۸\approx ۵$$

هاشور $S=$ مثلث $AOC-\frac{۱}{۴}S_{\text{دایره}}=۲۴-\frac{۱}{۴}(\pi\times ۵^{۲})=۲۴-\frac{۷۵}{۴}=۵/۲۵$

۶۹ گزینه‌ی (۴). می‌دانیم زاویه‌ی داخلی‌یک ۸ ضلعی منتظم $۱۳۵^\circ = \frac{۳۶۰}{۸} \times ۶ \times \frac{۱}{۲}$ می‌باشد.



پس هر کدام از زوایای A و B در مثلث ABP $۴۵^\circ = ۱۳۵ - ۹۰$ خواهد شد. حال با توجه به متساوی الساقین شدن مثلث ABP (دو زاویه‌ی مجاور با هم برابرند) داریم.

فیثاغورث $x^۲ = (\sqrt{۲})^۲ \Rightarrow ۲x^۲ = ۲ \Rightarrow x = ۱$

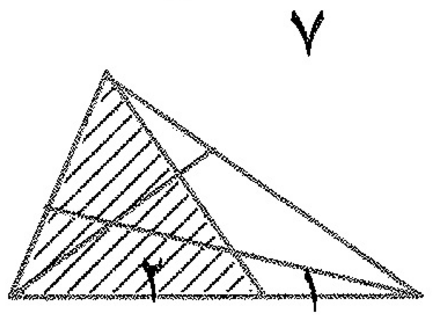
$$S_{\text{هشت ضلعی}} = ۴\times S_{\text{مثلث}} + ۴\times S_۲ + S_۱ = ۴\times(\frac{۱}{۲}\times ۱\times ۱) + ۴(۱\times\sqrt{۲}) + (\sqrt{۲}\times\sqrt{۲})$$

$$= ۲ + ۴\sqrt{۲} + ۲ = ۴ + ۴\sqrt{۲}$$

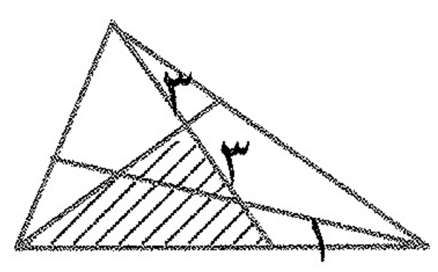
۷۰ گزینه‌ی (۲). مرحله به مرحله عمل می‌کنیم تا به مساحت مورد نظر برسیم.

$$S_{\text{مطلوب}} = \frac{۲}{\cancel{۴}} \times \frac{\cancel{۴}}{۷} \times \frac{۱}{۲} \times \frac{\cancel{۴}}{\cancel{۴}} \text{ مساحت کل}$$

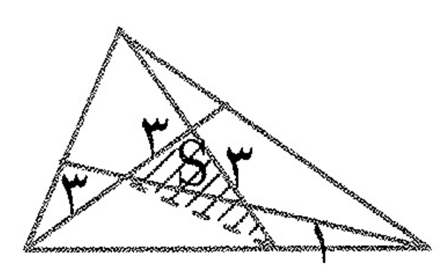
$$S_{\text{مطلوب}} = \frac{۱}{۷} \text{ مساحت کل}$$



$S_{\text{مطلوب}} = \frac{۲}{۳}$ کل



$S_{\text{مطلوب}} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۴}{۷}$ کل



$S_{\text{مطلوب}} = \frac{۲}{۳} \times \frac{۴}{۷} \times \frac{۱}{۲}$ کل

۷۱ گزینه‌ی (۲).

از دوران مستطیل حول ضلع ۴، استوانه‌ای به ارتفاع ۴ و شعاع قاعده‌ی ۳ بدست می‌آید. پس:

$$V = \pi r^۲ h = \pi \times ۳^۲ \times ۴ = ۳۶\pi$$

۷۲ گزینه‌ی (۲).

برای به‌دست آوردن مساحت مستطیل، مساحت مثلث‌های کنار را از مساحت مربع کم می‌کنیم. اگر طول یکی از قسمت‌ها را a بنامیم، نتیجه می‌گیریم:

$$S_{EBF} = S_{HDG} = \frac{۱}{۲} \times ۴a \times ۴a = ۸a^۲$$

$$S_{AEH} = S_{CFG} = \frac{۱}{۲} \times ۲a \times ۲a = ۲a^۲$$

$$S_{ABCD} = (۶a)^۲ = ۳۶a^۲$$

داریم:

$$S_{HEFG} = S_{ABCD} - ۲S_{EBF} - ۲S_{AEH} = ۳۶a^۲ - ۲\times ۸a^۲ - ۲\times ۲a^۲ = ۱۶a^۲ \Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{HEFG}} = \frac{۳۶a^۲}{۱۶a^۲} = \frac{۹}{۴}$$

۷۳ گزینه‌ی (۲).

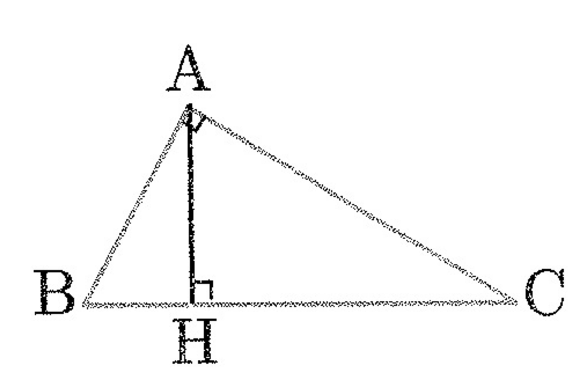
در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ، ارتفاع وارد بر وتر AH را رسم کرده‌ایم. می‌دانیم $AH^۲ = BH.HC$ داریم:

$$S_{AHC} = ۲S_{ABH} \Rightarrow \frac{۱}{۲} AH.HC = ۲ \times \frac{۱}{۲} AH.BH \Rightarrow HC = ۲BH$$

$$AH^۲ = BH.HC \Rightarrow ۲^۲ = BH.(۲BH) \Rightarrow ۲ = BH^۲ \Rightarrow BH = \sqrt{۲}$$

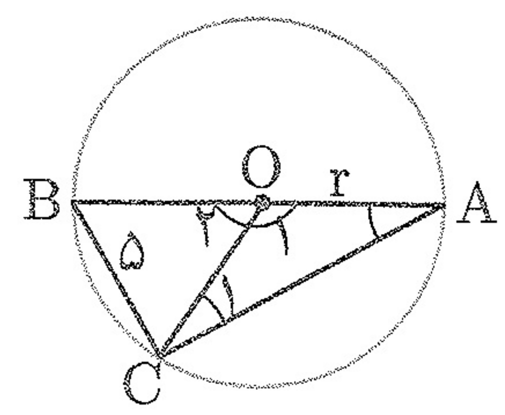
$$BH = \sqrt{۲} \Rightarrow HC = ۲BH = ۲\sqrt{۲} \Rightarrow BC = BH + CH = ۳\sqrt{۲}$$

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} AH \times BC = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۳\sqrt{۲} = ۳\sqrt{۲}$$



۷۴ گزینه‌ی (۱).

چون $\widehat{C}=۹۰^\circ$ و $AB=۱۰=۲BC$، پس $\widehat{A}=۳۰^\circ$ و بنابراین:



$$\widehat{C_1}=\widehat{A}=۳۰^\circ \Rightarrow \begin{cases}\widehat{O_1}=۱۲۰^\circ \Rightarrow \widehat{AC}=۱۲۰^\circ \\ \widehat{O_2}=۶۰^\circ \Rightarrow \widehat{BC}=۶۰^\circ\end{cases}$$

$$\text{مساحت قطاع } OBC = \frac{۱}{۶}\text{(مساحت دایره)} \Rightarrow \text{مساحت قطاع } OBC = \frac{۱}{۶}\times\pi\times۵^۲=\frac{۲۵}{۲}$$

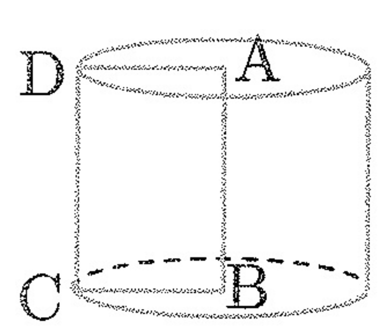
$$\text{مساحت قطاع } OAC = ۲\times\frac{۲۵}{۲}=۲۵$$

$$\overset{\triangle}{OBC}: \text{متساوی‌الاضلاع} \Rightarrow S_{OBC}=\frac{\sqrt{۳}}{۴}\times۵^۲=\frac{۲۵}{۴}\sqrt{۳}$$

در مثلث ABC، CO میانه است، پس: $S_{OAC}=S_{OBC}=\frac{۲۵}{۴}\sqrt{۳}$. در نتیجه:

$$\text{مساحت هاشور خورده} = ۲۵-\frac{۲۵}{۴}\sqrt{۳}=\frac{۲۵}{۴}(۴-\sqrt{۳})$$

۷۵ گزینه‌ی (۳).



بر اثر دوران مستطیل حول AB، استوانه‌ای به ارتفاع AB و شعاع قاعده‌ی BC مطابق شکل پدید می‌آید. در این صورت داریم:

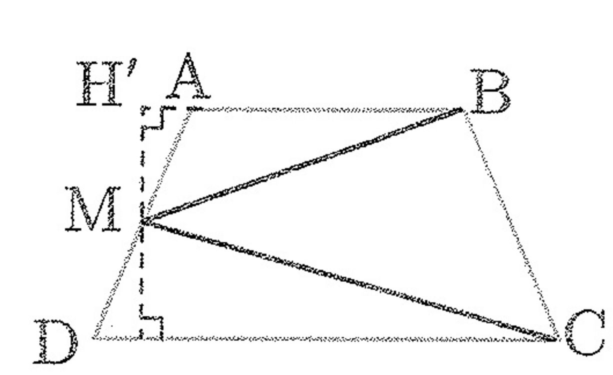
$$V=\pi r^۲h=\pi\times BC^۲\times AB=\pi\times(\frac{x}{۲})^۲\times x=\frac{\pi x^۳}{۴}$$

۷۶ گزینه‌ی (۱).

۷۷ گزینه‌ی (۱).

از M عمود MH و MH' را بر دو قاعده وارد می‌کنیم. با توجه به توازی AB و CD و شرط $AM=MD$ به راحتی نتیجه می‌شود که $MH=MH'$. اگر ارتفاع ذوزنقه را h بنامیم، داریم: $MH=MH'=\frac{۱}{۲}h$.

حال می‌توانید بنویسید:



$$S_1+S_2=\frac{۱}{۲}MH'\times AB+\frac{۱}{۲}MH\times DC=\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}h\times AB+\frac{۱}{۲}h\times DC)$$

$$=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}h(AB+DC)=\frac{۱}{۲}S_{ABCD}$$

پس S_1+S_2 نصف مساحت ذوزنقه است و در نتیجه S_3 نیز نصف دیگر مساحت ذوزنقه می‌شود.یعنی: $S_3=S_1+S_2$

۷۸ گزینه‌ی (۲).

در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع وارد بر قاعده، عمود منصف قاعده است.

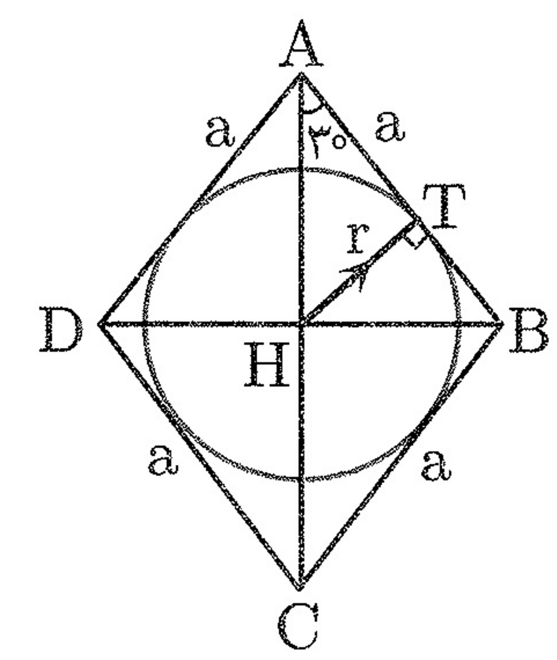
$$HC=\frac{۱۴}{۲}=۷$$

$$\overset{\triangle}{AHC}: ۲۵^۲ = ۷^۲ + AH^۲ \Rightarrow ۶۲۵ - ۴۹ = AH^۲$$

$$\Rightarrow AH^۲ = ۵۷۶ \Rightarrow AH = ۲۴$$

$$S = \frac{۲۴ \times \cancel{۱۴}^{۷}}{\cancel{۲}_{۱}} = ۱۶۸$$

۷۹ گزینه‌ی (۴). با توجه به شکل، مثلث ADB متساوی‌الاضلاع است.

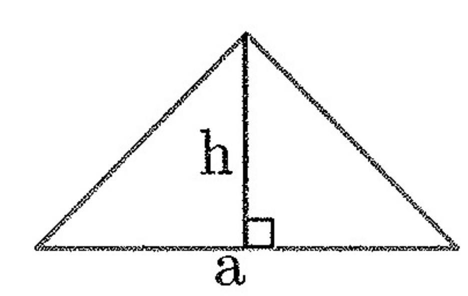


$$\text{مساحت لوزی} = ۲ \times \text{مساحت مثلث } ADB = ۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{۴} a^۲ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} a^۲$$

$$\overset{\triangle}{AHT} \Rightarrow r = \frac{۱}{۲} \times AH = \frac{۱}{۲} \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} a = \frac{\sqrt{۳}}{۴} a$$

$$\frac{\text{مساحت لوزی}}{\text{مساحت دایره}} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲} a^۲}{(\frac{\sqrt{۳}}{۴} a)^۲ \times \pi} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲} \cancel{a}^۲}{\frac{۳\cancel{a}^۲ \times \pi}{۱۶}} = \frac{۱۶\sqrt{۳}}{۶\pi} = \frac{۸\sqrt{۳}}{۳\pi} = \frac{۸}{\sqrt{۳}\pi}$$

۸۰ گزینه‌ی (۳).



$$\text{مساحت } S_۱ = \frac{ah}{۲}$$

$$\text{مساحت } S_۲ = \frac{۱/۱\, a \times ۰/۸ h}{۲} = \frac{۰/۸۸ ah}{۲} = ۰/۸۸ S_۱$$

$$S_۲ - S_۱ = ۰/۸۸ S_۱ - S_۱ = -۰/۱۲ S_۱$$

۸۱ گزینه‌ی (۲).

حجم دو مخروط − حجم استوانه = حجم شکل به وجود آمده

$$\text{ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع} = \text{شعاع قاعده‌ی استوانه (مخروط)} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} a$$

$$\text{حجم استوانه} = \pi r^۲ h = \pi (\frac{\sqrt{۳}}{۲} a)^۲ a = \frac{۳}{۴} \pi a^۳$$

$$\text{حجم دو مخروط} = ۲ \frac{\pi r^۲ h}{۳} = \frac{\cancel{۲} \pi (\frac{\sqrt{۳}}{۲} a)^۲ \frac{a}{\cancel{۲}}}{۳} = \frac{۱}{۴} \pi a^۳$$

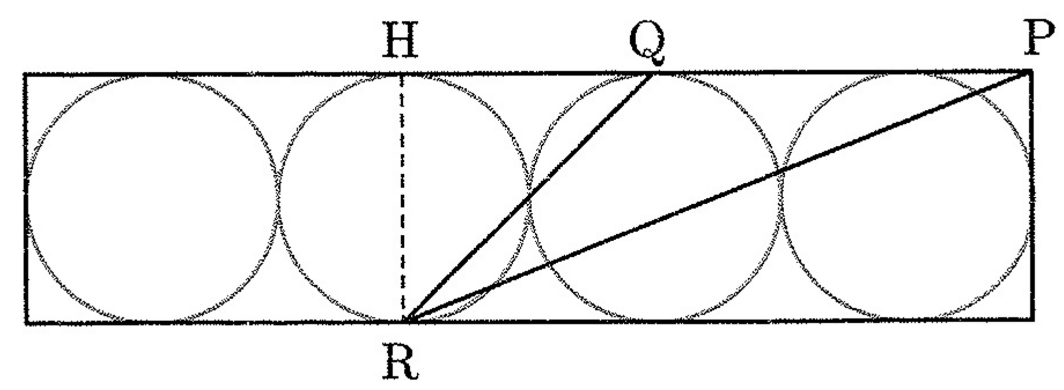
$$\text{حجم شکل به وجود آمده} = \frac{۳}{۴} \pi a^۳ - \frac{۱}{۴} \pi a^۳ = \frac{۱}{۲} \pi a^۳$$

۸۲ گزینه‌ی (۴). **۸۳** گزینه‌ی (۲). **۸۴** گزینه‌ی (۳). **۸۵** گزینه‌ی (۲).

۸۶ گزینه‌ی (۳). **۸۷** گزینه‌ی (۴). **۸۸** گزینه‌ی (۲). **۸۹** گزینه‌ی (۳).

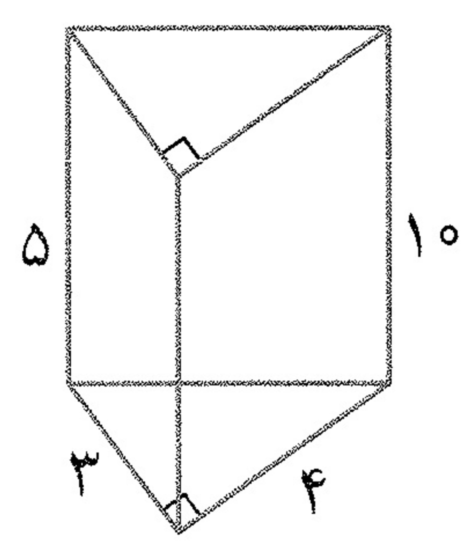
۹۰ گزینه‌ی (۳). **۹۱** گزینه‌ی (۴). **۹۲** گزینه‌ی (۳). **۹۳** گزینه‌ی (۴).

۹۴ گزینه‌ی (۲).



$$S_{\Delta QPR}=(PQ\times RH)\times\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۲}R\times ۲R=۳R^{۲}=۳\times(۳)^{۲}=\boxed{۲۷}$$

۹۵ گزینه‌ی (۲).



$$\text{حجم}=\left((۳\times۴)\times\frac{۱}{۲}\right)\times۱۰=۶۰$$

$$=((۳\times۴)\times\frac{۱}{۲})\times۲+(۴\times۱۰+۳\times۱۰+۵\times۱۰)=۱۳۲$$

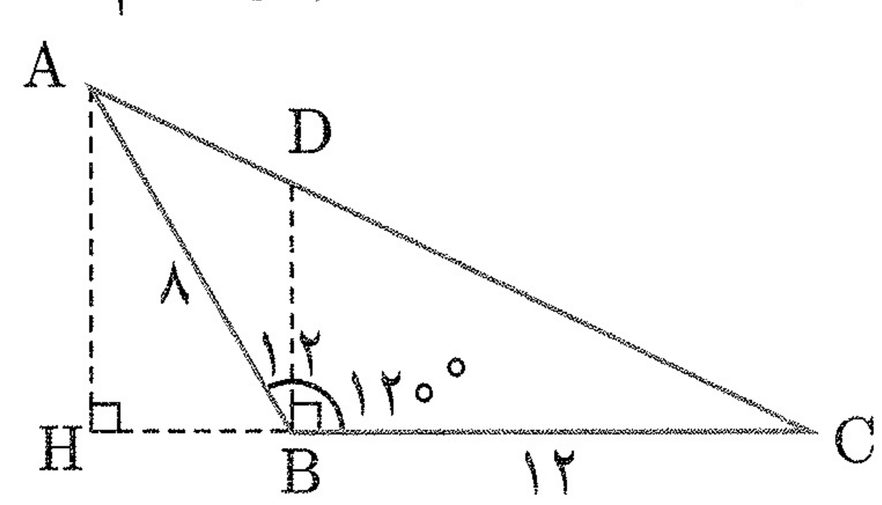
$$\Rightarrow\frac{\text{حجم}}{\text{مساحت}}=\frac{۶۰}{۱۳۲}=\boxed{\frac{۵}{۱۱}}$$

۹۶ گزینه‌ی (۱).

برای محاسبه‌ی مثلث ABC و با داشتن اندازه‌ی قاعده‌ی BC، تنها کافی است ارتفاع AH را محاسبه کنیم، بدین منظور از رأس B پاره‌خط BD را عمود بر BC و موازی AH خارج می‌کنیم و داریم:

$$\begin{cases}\widehat{B_۱}+\widehat{B_۲}=۱۲۰^\circ\\ \widehat{B_۲}=۹۰^\circ\end{cases}\Rightarrow \underset{\text{مورب}}{\widehat{B_۱}}=۳۰^\circ \quad ، \quad \begin{cases}BD||AH\\ AB\end{cases}\Rightarrow\widehat{A_۱}=\widehat{B_۲}=۳۰^\circ$$

حال در مثلث قائم‌الزاویه AHD ضلع مقابل به زاویه $\widehat{A_۱}=۳۰^\circ$ نصف وتر است. پس داریم:



$$\begin{cases}BH=\frac{AB}{۲}\\ AB=۸\end{cases}\Rightarrow BH=۴$$

و در مثلث قائم‌الزاویه AHB :

$$AH^{۲}+HB^{۲}=AB^{۲}$$

$$(AH)^{۲}+(۴)^{۲}=(۸)^{۲}\Rightarrow AH^{۲}=\sqrt{۴۸}=۴\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AH\times BC=\frac{۱}{۲}۴\sqrt{۳}\times۱۲=\boxed{۲۴\sqrt{۳}}$$

۹۷ گزینه‌ی (۱).

۹۸ گزینه‌ی (۲).

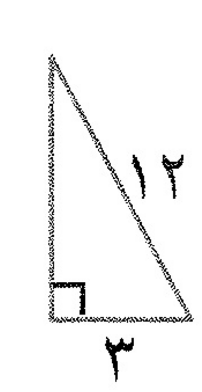
۹۹ گزینه‌ی (۲).

۱۰۰ گزینه‌ی (۱).

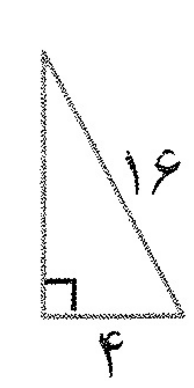
۱۰۱ گزینه‌ی (۲).

۱۰۲ گزینه‌ی (۱).

$$\text{محیط دیسک}=۲(۱۲)\pi=۲۴\pi\Rightarrow$$



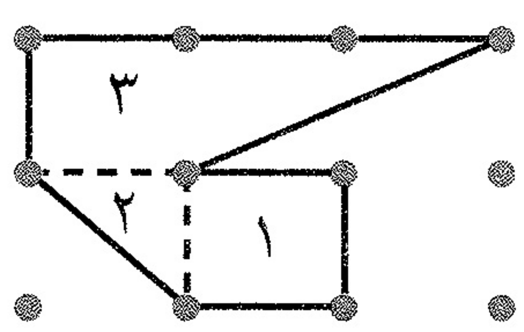
$$\text{محیط قاعده مخروط کوچکتر}=۸\pi\Rightarrow r_۱=۴ \qquad \Rightarrow h_۱^{۲}=۱۲^{۲}-۴^{۲}\Rightarrow h_۱=\sqrt{۱۲۸}$$



$$\text{محیط قاعده مخروط بزرگتر}=۱۶\pi\Rightarrow r_۲=۸\Rightarrow \qquad \Rightarrow h^{۲}=۱۲^{۲}-۸^{۲}\Rightarrow h_۲=\sqrt{۸۰}$$

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{1}{3}\pi(4)^2\times\sqrt{128}}{\frac{1}{3}\pi(8)^2\times\sqrt{80}}=\frac{16\times 8\times\sqrt{2}}{64\times 4\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{2(5)}=\frac{\sqrt{10}}{10}$$

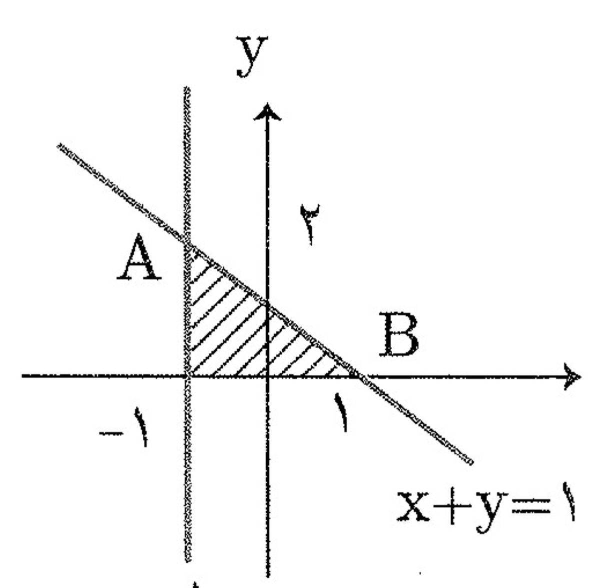
۱۰۳ گزینه‌ی (۱).



$$\begin{cases}S_1=1\times 1=1\\ S_2=\frac{1\times 1}{2}=\frac{1}{2}\\ S_3=\frac{(1+3)\times 1}{2}=2\end{cases}\Rightarrow S_{total}=1+\frac{1}{2}+2=\frac{7}{2}cm^2$$

۱۰۴ گزینه‌ی (۴).

$$S=\frac{2\times 2}{2}=2$$



نقطه‌ی A $:\begin{cases}x+y=1\\ x=-1\end{cases}\Rightarrow -1+y=1\Rightarrow y=2\Rightarrow A\left|\begin{matrix}-1\\ 2\end{matrix}\right.$

نقطه‌ی B $:\begin{cases}x+y=1\\ x=0\end{cases}\Rightarrow x=1\Rightarrow B\left|\begin{matrix}1\\ 0\end{matrix}\right.$

۱۰۵ گزینه‌ی (۱).

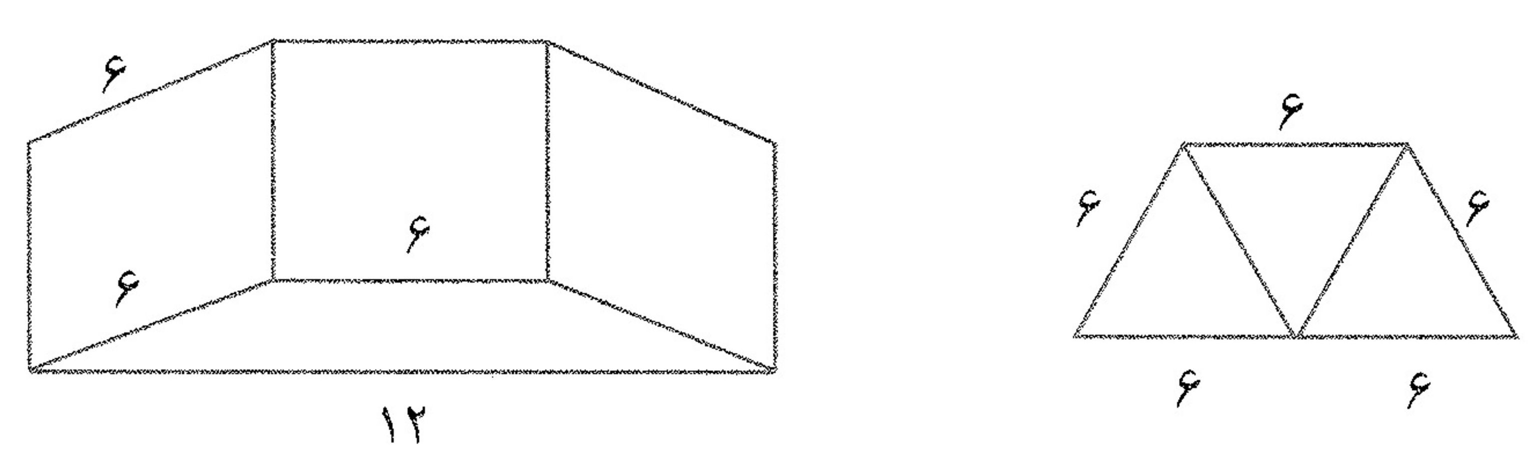
$a\,,a\,,3a$

$(a)(a)(3a)=3a^3=24$

$\Rightarrow a^3=8\Rightarrow a=2$

مساحت بزرگ‌ترین وجه $=(a)(3a)=3a^2=12$

۱۰۶ گزینه‌ی (۱).



مساحت ذوزنقه قاعده (متساوی‌الاضلاع × ۳)

$$S=3\left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\right)=3\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)(36)=27\sqrt{3}$$

$$V=s.h=27\sqrt{3}\times 6=162\sqrt{3}$$

۱۰۷ گزینه‌ی (۱).

$$\frac{1}{2}h=2r\Rightarrow h=4r$$

$S_{\text{کل}}=2\pi rh+2\pi r^2 \qquad V=\pi r^2h$

$S_{\text{کل}}=V\Rightarrow 2\pi r\times(4r)+2\pi r^2=(4\pi r^3)\Rightarrow r=\frac{5}{2}$

$S=10\pi r^2=62.5\pi$

۱۰۸ گزینه‌ی (۲).

$ABHD$ مربع $\Rightarrow BH = ۱$

$C = ۴۵^\circ \Rightarrow BH = CH = ۱$

با دوران ذوزنقه حول CD، یک استوانه با شعاع قاعده $AD = ۱$ و ارتفاع $AB = ۱$ به‌دست می‌آید.

همین‌طور یک مخروط به شعاع قاعده‌ی $BH = ۱$ و ارتفاع $CH = ۱$:

$$V_{\text{کل}} = V_{\text{استوانه}} + V_{\text{مخروط}} = \pi AD^۲.AB + \frac{۱}{۳}\pi(BH)^۲.CH$$

$$\Rightarrow V_{\text{کل}} = \pi + \frac{\pi}{۳} = \frac{۴\pi}{۳}$$

۱۰۹ گزینه‌ی (۲).

مقدار آب جابجا شده برابر حجم کره است و این مقدار آب، یک استوانه به ارتفاع ۱ واحد است.

$$V_{\text{کره}} = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = \pi r^۲ h$$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۳}\pi(۶)^۳ = \pi r^۲(۱) \Rightarrow r = ۱۲\sqrt{۲}$$

۱۱۰ گزینه‌ی (۳). در مثلث قائم الزاویه ABE ضلع AB نصف وتر AE است پس:

$$AE = \sqrt{۹+۹+۶} = ۲\sqrt{۶}$$

$$A\hat{E}B = ۳۰^\circ \Rightarrow E\hat{A}B = ۶۰^\circ$$

۱۱۱ گزینه‌ی (۳).

$$h = ۲r \Rightarrow S_{\text{مساحت جانبی}} = ۲\pi rh = ۴\pi r^۲ = ۳۶\pi \Rightarrow r = ۳$$

$$V = \pi r^۲ = \pi r^۲(۲r) = ۲\pi r^۳ \Rightarrow V = ۵۴\pi$$

۱۱۲ گزینه ی (۳).

۱۱۳ گزینه ی (۴).